EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Un fabricante produce en dos talleres tres modelos distintos de archivadores, el A, el B y el C. Se ha comprometido a entregar 12 archivadores del modelo A, 8 del B y 24 del C. Al fabricante le cuesta 720€ al día el funcionamiento del primer taller y 960€ el del segundo. El primer taller produce diariamente 4 archivadores del modelo A, 2 del B y 4 del C, mientras que el segundo produce 2, 2 y 12 archivadores, respectivamente. ¿Cuántos días debe trabajar cada taller para, cumpliendo el contrato, conseguir reducir al máximo los costes de funcionamiento? ¿Cuál es el valor de dicho coste? ¿Quedaría algún excedente de algún producto en los talleres? En caso afirmativo, determinar cuánto.

Solución:

Utilizando las siguientes incognitas: x = *nº de días que trabaja el* 1^{er} *taller*

y = *nº de días que trabaja el 2º taller*

Escribimos los datos del problema en una tabla,

	A	B	C	coste
Taller 1	4	2	4	720
Taller 2	2	2	12	960
	$4x + 2y$	$2x + 2y$	$4x + 12y$	$720x + 960y$

las restricciones del problema serán:

"Se ha comprometido a entregar 12 archivadores del modelo A" $4x + 2y \geq 12$

"Se ha comprometido a entregar 8 archivadores del modelo B" $2x + 2y \geq 8$

"Se ha comprometido a entregar 24 archivadores del modelo C" $4x + 12y \geq 24$

El coste de funcionamiento de los talleres es: $720x + 960y$

Por tanto el problema a resolver es,

minimizar $z = 720x + 960y$
s.a. $4x + 2y \geq 12$
$2x + 2y \geq 8$
$4x + 12y \geq 24$
$x, y \in N$

Simplificando queda:

minimizar $z = 240(3x + 4y)$
s.a. $2x + y \geq 6$
$x + y \geq 4$
$x + 3y \geq 6$
$x, y \in N$

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

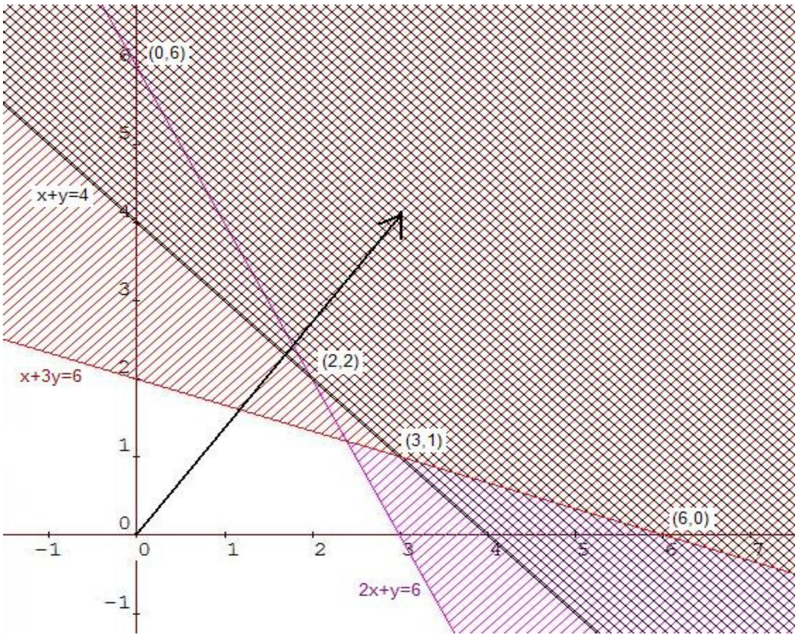
$2x + y \geq 6$			$x + y \geq 4$			$x + 3y \geq 6$		
$2x + y = 6$			$x + y = 4$			$x + 3y = 6$		
x	y		x	y		x	y	
0	6		0	4		0	2	
3	0		4	0		6	0	
(0,0) ¿cumple la restricción? No $2 \cdot 0 + 0 \geq 6$ No			(0,0) ¿cumple la restricción?No $0 + 0 \geq 4$ No			(0,0) ¿cumple la restricción?No $0 + 3 \cdot 0 \geq 0$ No		

Calculemos los puntos de corte que necesitamos conocer,

$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + y = 4 \end{cases}$	*Restando ambas ecuaciones,* $x = 2$ *Sustituyendo en la 2ª* $2 + y = 4;\quad y = 2$	*El punto de corte es* $(2, 2)$

$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$	*Restando ambas ecuaciones,* $2y = 2 \rightarrow y = 1$ *Sustituyendo el valor de* y *en la 1ª ecuación,* $x + 1 = 4 \rightarrow x = 3$	*El punto de corte es* $(3, 1)$

La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona triplemente rayada.



Estudiamos la función z en los extremos de la región factible,

(x,y)	$z = 240\,(3x + 4y)$	
(0 , 6)	*240 (3 . 0 + 4 . 6)=5760*	
(2 , 2)	*240 (3 . 2 + 4 . 2)=3360*	
(3 , 1)	*240 (3 . 3 + 4 . 1)=3120*	*mínimo*
(6 , 0)	*240 (3 . 6 + 4 . 0)=4320*	

Solución:
El primer taller debe trabajar 3 días y
el segundo 1 día.
El coste de funcionamiento sería de 3120 €.

La solución obtenida implica que se producirían los siguientes archivadores,

modelo	*nº de archivadores*
A	*4 . 3 + 2 . 1 = 14*
B	*2 . 3 + 2 . 1 = 8*
C	*4 . 3 + 12 . 1 = 24*

como hay que entregar 12 archivadores del modelo A, 8 del B y 24 del C, sobrarían 2 archivadores del modelo A.