**EJERCICIO A**

**PROBLEMA 3.** Un restaurante abre a las 8 de la noche y cierra cuando todos los clientes se han ido. La función $C(t) = 60\,t - 10\,t^2$ representa el número de clientes que hay en el restaurante en función del número de horas t que lleva abierto el establecimiento. Se pide:

a) Determinar el número máximo de clientes que van a una determinada noche al restaurante. Justificar que es un máximo.

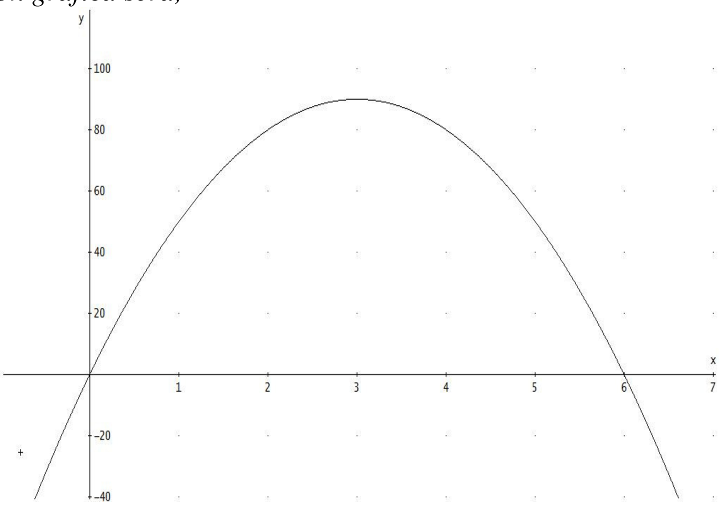
b) Si deseamos ir al restaurante cuando haya al menos 50 personas y no más de 80, ¿entre qué horas tendríamos que ir?

*Solución:*
*(Nota: Como t representa el número de horas que lleva abierto el establecimiento y este abre a las 8 de la noche, para pasar de valores de t a hora de la noche calculamos t+8)*

*Representamos la función* $y = 60\,t - 10\,t^2$
*C(t) es un polinomio de segundo grado, su representación gráfica será una parábola.*

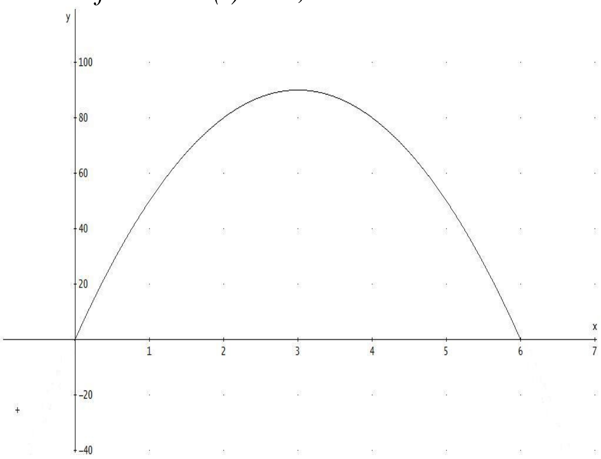
- *Puntos de corte con el eje OX*     *( 0 , 0 ) y ( 6 , 0 )*
  $60\,t - 10\,t^2 = 0 \;\rightarrow\; 10\,t\,(6 - t) = 0 \;\rightarrow\; t = 0 \text{ o } t = 6$
- *Vértice*     *( 3 , 90 )*
  $t = \dfrac{-60}{2(-10)} = \dfrac{-60}{-20} = 3, \qquad y = 60\,.\,3 - 10\,.\,3^2 = 180 - 90 = 90$

*La representación gráfica será,*




*La función $C(t) = 60\,t - 10\,t^2$ que representa el número de clientes en el restaurante estará definida en el intervalo [ 0 , 6 ] puesto que fuera de ese intervalo C(t) toma valores negativos. Es decir, el restaurante abre a las 8 de la noche y cerrará a las, 8+6=14, 2 de la madrugada.*

*La representación de la función C(t) será,*



a) *El número máximo de clientes que van una determinada noche al restaurante se alcanza en el vértice de la parábola. El vértice de la parábola es el punto ( 3 , 90 ). Por tanto, el número máximo de clientes será de 90.*

b) *Si deseamos ir al restaurante cuando haya al menos 50 personas y no más de 80, queremos que* $50 \le C(t) \le 80$*, es decir,* $50 \le 60\,t - 10\,t^2 \le 80$ *debemos resolver el siguiente sistema de inecuaciones:*

$$\begin{cases} 60t - 10t^2 \le 80 \\ 60t - 10t^2 \ge 50 \end{cases}$$

*Resolución de la 1ª inecuación,*

$-10\,t^2 + 60\,t - 80 \le 0$ *simplificando por 10*

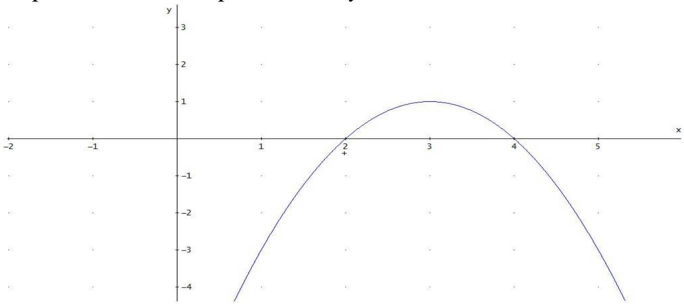
$-t^2 + 6\,t - 8 \le 0$

*Resolvemos la ecuación* $-t^2 + 6\,t - 8 = 0$

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(-1)(-8)}}{2(-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-32}}{-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-6 \pm 2}{-2}$$

$$t_1 = \frac{-6+2}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2 \qquad t_2 = \frac{-6-2}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

*Representamos la parábola* $y = -t^2 + 6\,t - 8$



*La solución de la inecuación son los valores de t en donde la parábola es menor o igual que cero, es decir,* $t \in (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$

*Resolución de la 2ª inecuación,*

$-10\,t^2 + 60\,t - 50 \ge 0$ *simplificando por 10*

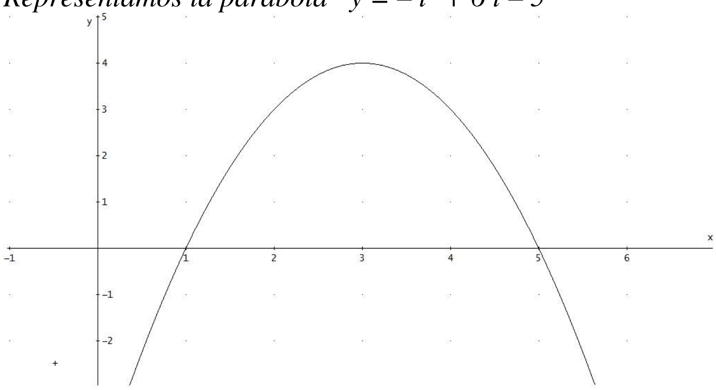
$-t^2 + 6\,t - 5 \ge 0$

*Resolvemos la ecuación* $-t^2 + 6\,t - 5 = 0$

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(-1)(-5)}}{2(-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-20}}{-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-6 \pm 4}{-2}$$

$$t_1 = \frac{-6+4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \qquad t_2 = \frac{-6-4}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$$

*Representamos la parábola* $y = -t^2 + 6\,t - 5$



*La solución de la inecuación son los valores de t en donde la parábola es mayor o igual que cero, es decir,* $t \in [1, 5]$

*La solución del sistema de inecuaciones son los valores de t en que se cumplen las dos inecuaciones, en este caso:* $t \in [1, 2] \cup [4, 5]$

*Por tanto, deberíamos ir al restaurante entre las 9 y 10 de la noche, o bien, entre las 12 y la 1 de la madrugada.*