

EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Representar la región factible dada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{aligned} x + y &\geq -1 \\ x &\leq 2 \\ y &\geq -1 \\ x &\geq 3y - \frac{1}{2} \end{aligned}$$

y hallar los puntos de la región en los que la función $f(x,y) = 2x + 3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y obtener dichos valores.

Solución:

Cálculos para representar gráficamente las restricciones,

$$x + y \geq -1 \qquad x \geq 3y - \frac{1}{2}$$

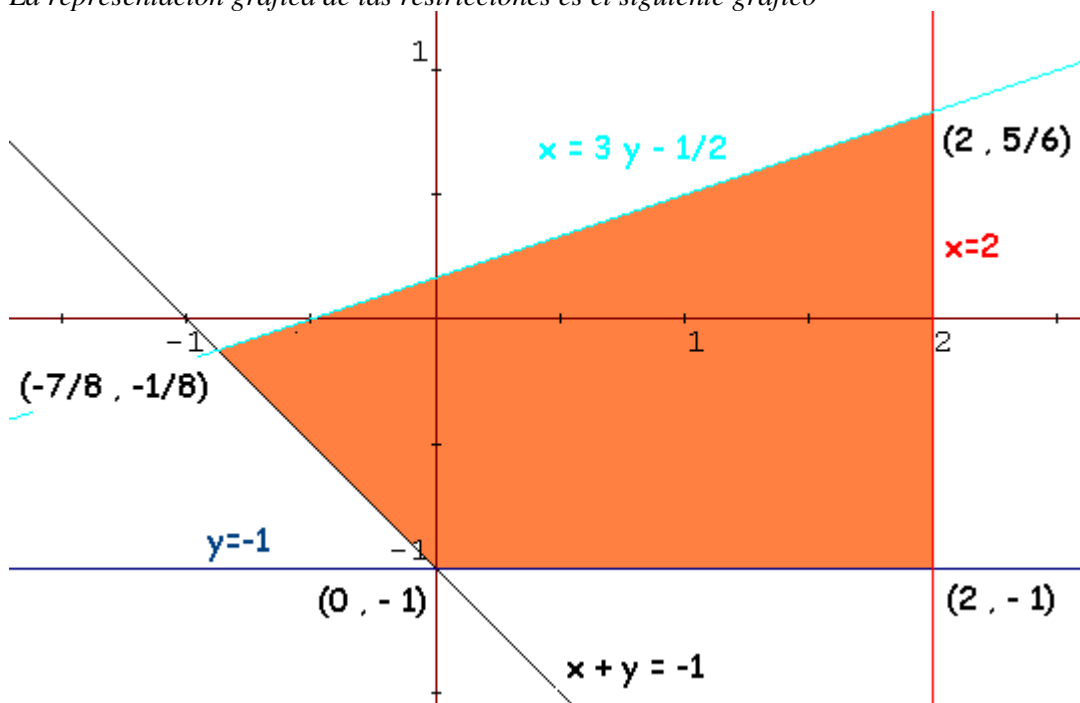
$$x + y = -1 \qquad x = 3y - \frac{1}{2}$$

x	y
0	-1
-1	0

x	y
0	1/6
-1/2	0

$(0,0)$ ¿cumple la restricción? Sí $\left| \begin{array}{l} 0+0 \geq -1 \text{ Sí} \\ 0 \geq 3 \cdot 0 - 1/2 \text{ Sí} \end{array} \right.$

La representación gráfica de las restricciones es el siguiente gráfico



Calculamos los puntos de corte que necesitamos conocer,

$\begin{cases} x + y = -1 \\ y = -1 \end{cases}$	Sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación $x - 1 = -1$; $x = 0$	El punto de corte es $(0, -1)$
--	--	-----------------------------------

$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	El punto de corte es $(2, -1)$
---	--------------------------------

$\begin{cases} x = 3y - \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}$	Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación, $2 = 3y - \frac{1}{2} \rightarrow 2 + \frac{1}{2} = 3y \rightarrow \frac{5}{2} = 3y$	El punto de corte es $\left(2, \frac{5}{6} \right)$
---	---	---

$\begin{cases} x = 3y - \frac{1}{2} \\ x + y = -1 \end{cases}$	Sustituyendo el valor de x en la 2ª ecuación, $3y - \frac{1}{2} + y = -1 \rightarrow 4y = -1 + \frac{1}{2} \rightarrow 4y = -\frac{1}{2}$ $x = 3 \frac{-1}{8} - \frac{1}{2} = \frac{-7}{8}$	El punto de corte es $\left(\frac{-7}{8}, \frac{-1}{8} \right)$
--	---	---

La región factible está formada por los puntos de la zona coloreada.

Estudiamos la función $f(x,y)$ en los extremos de la región factible,

(x,y)	$f(x,y) = 2x + 3y$		Solución:
$(0, -1)$	-3	mínimo	El mínimo se alcanza en $(0, -1)$ y vale -3
$(2, -1)$	1		
$\left(2, \frac{5}{6} \right)$	$2 \cdot 2 + 3 \left(\frac{5}{6} \right) = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2} = 6'5$	máximo	El máximo se alcanza en $\left(2, \frac{5}{6} \right)$ y vale $6'5$.
$\left(\frac{-7}{8}, \frac{-1}{8} \right)$	$2 \left(\frac{-7}{8} \right) + 3 \left(\frac{-1}{8} \right) = -\frac{14}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{17}{8}$		