

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. Hallar el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2 + 2x + 1$, el eje de abscisas, la recta $x = -2$ y la recta $x = 5$.

Solución:

Representemos el recinto dado,

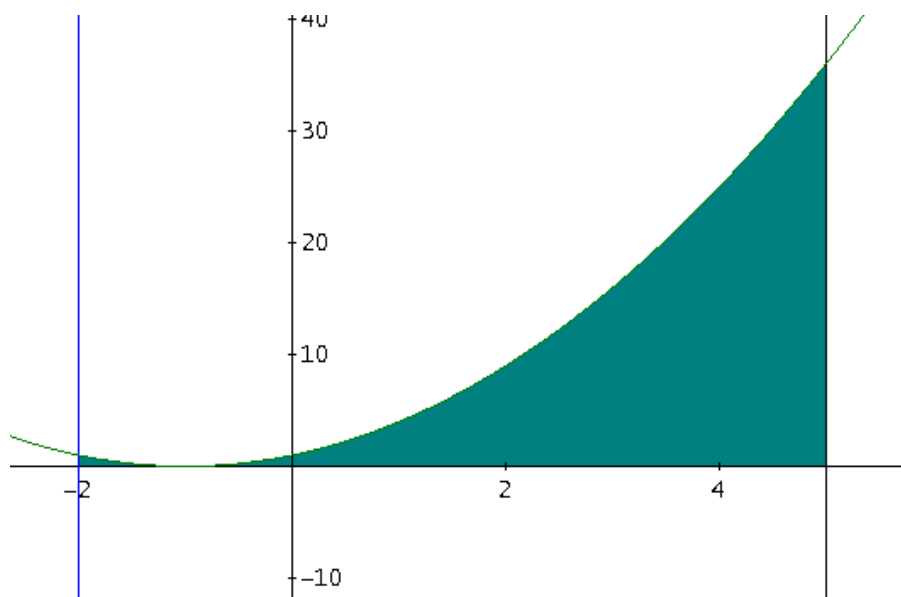
$y = x^2 + 2x + 1$, es una parábola, buscamos puntos de corte con los ejes y el vértice

corte eje OY; $x = 0$ luego $y = 1$ punto de corte $(0, 1)$

corte eje OX; $y = 0$ luego $x^2 + 2x + 1 = 0$; $(x + 1)^2 = 0$; $x + 1 = 0$; $x = -1$ punto de corte $(-1, 0)$

el vértice coincide con $(-1, 0)$

las rectas $x = -2$ e $x = 5$ son rectas verticales



El recinto del que queremos calcular su área es la zona coloreada del dibujo anterior. El cálculo de su área lo realizaremos mediante la integral de la parábola desde -2 hasta 5 .

La parábola $y = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$; utilizaremos esta última expresión que será más sencilla de integrar,

$$A = \int_{-2}^5 (x+1)^2 dx = \left[\frac{(x+1)^3}{3} \right]_{-2}^5 = \frac{(5+1)^3}{3} - \frac{(-2+1)^3}{3} = \frac{216}{3} - \frac{-1}{3} = \frac{216}{3} - \frac{-1}{3} = \frac{217}{3} = 72'33 \text{ u. a.}$$