EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Una destilería produce dos tipos de whisky blend mezclando sólo dos maltas destiladas distintas, A y B. El primero tiene un 70% de malta A y se vende a 12€/litro, mientras que el segundo tiene un 50% de dicha malta y se vende a 16 €/litro. La disponibilidad de las maltas A y B son 132 y 90 litros, respectivamente. ¿Cuántos litros de cada whisky debe producir la destilería para maximizar sus ingresos, sabiendo que la demanda del segundo whisky nunca supera a la del primero en más del 80%? ¿Cuáles serían en este caso los ingresos de la destilería?

Solución:

Utilizamos las incógnitas:
x = litros del whisky del tipo 1
y = litros del whisky del tipo 2
De los datos del problema podemos sacar la siguiente tabla:

	Malta		
	A	*B*	*Venta*
Tipo 1	*70%*	*30%*	*12 €/l*
Tipo 2	*50%*	*5%*	*16 €/l*
restricciones	*132 l*	*90 l*	

Los ingresos serían: 12 x + 16 y
Las restricciones son:

por la malta A: $0'7x + 0'5y \le 132$

por la malta B: $0'3x + 0'5y \le 90$

la demanda del 2º whisky no supera a la del 1º en más de 80%: $y \le 1'8x$

El problema a resolver es:

maximizar $z = 12x + 16y$

$$s.a. \begin{cases} 0'7x + 0'5y \le 132 \\ 0'3x + 0'5y \le 90 \\ y \le 1'8x \\ x, y \ge 0 \end{cases}$$

Cálculos para representar las restricciones

$0'7x + 0'5y \le 132$

$0'7x + 0'5y = 132$

x	y
0	264
$\frac{1320}{7}$	0

¿(0,0) *cumple*?

$0'7 \cdot 0 + 0'5 \cdot 0 \le 132$ *sí*

$0'3x + 0'5y \le 90$

$0'3x + 0'5y = 90$

x	y
0	180
300	0

¿(0,0) *cumple*?

$0'3 \cdot 0 + 0'5 \cdot 0 \le 90$ *sí*

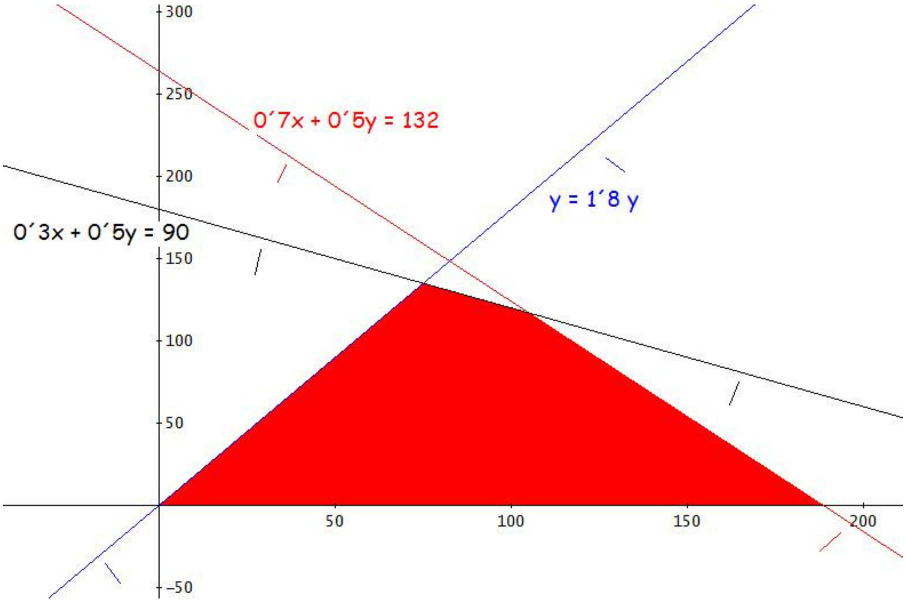
$y \le 1'8x$

$y = 1'8x$

x	y
0	0
100	180

¿(100,0) *cumple*?

$0 \le 1'8 \cdot 100$ *sí*



Debemos calcular los siguientes puntos de corte,

$$\begin{cases} 0\acute{}3x + 0\acute{}5y = 90 \\ y = 1\acute{}8x \end{cases} \qquad 0\acute{}3x + 0\acute{}5\,.\,1\acute{}8x = 90 \;\rightarrow\; 0\acute{}3x + 0\acute{}9x = 90 \;\rightarrow\; 1\acute{}2x = 90 \;\rightarrow\; x = \frac{90}{1\acute{}2} = 75$$

$$\rightarrow\; y = 1\acute{}8\,.\,75 = 135 \;\rightarrow\; (75\,,135)$$

$$\begin{cases} 0\acute{}7x + 0\acute{}5y = 132 \\ 0\acute{}3x + 0\acute{}5y = 90 \end{cases}$$

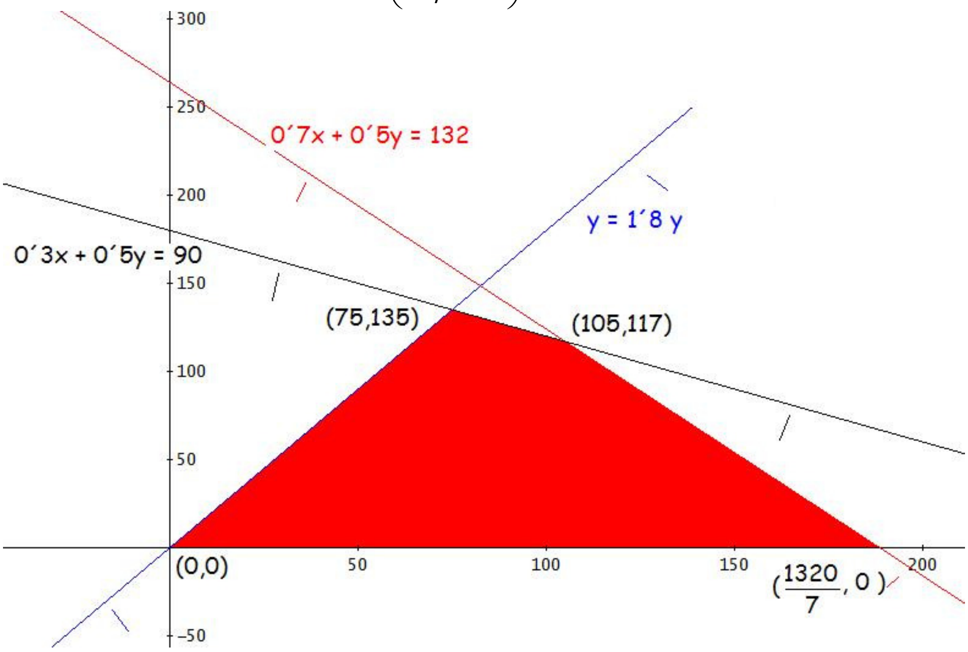
$1^{\text{a}} - 2^{\text{a}};\quad 0\acute{}4x = 42 \;\rightarrow\; x = \dfrac{42}{0\acute{}4} = 105$

sustituyendo en la 2^{a},

$$0\acute{}3\,.\,105 + 0\acute{}5y = 90$$
$$31\acute{}5 + 0\acute{}5y = 90$$
$$0\acute{}5y = 58\acute{}5$$
$$y = \frac{58\acute{}5}{0\acute{}5} = 117 \;\rightarrow\; (105\,,117)$$

La región factible está limitada por los puntos

$(0\,,0), (75\,,135), (105\,,117)\ y \left(\dfrac{1320}{7}\,,0\right)$



Sabemos que la función que queremos maximizar alcanzará su máximo en los extremos de la región factible.

(x, y)	$z = 12x + 16y$	
$(0,0)$	$12 \cdot 0 + 16 \cdot 0 = 0$	
$(75,135)$	$12 \cdot 75 + 16 \cdot 135 = 3060$	
$(105,117)$	$12 \cdot 105 + 16 \cdot 117 = 3132$	*máximo*
$\left(\frac{1320}{7},0\right)$	$12 \cdot \frac{1320}{7} + 16 \cdot 0 = 2262'86$	

El máximo se alcanza en el punto (105,117). Por lo que para maximizar sus ingresos la destilería debe producir 105 l del whisky del primer tipo y 117 l del segundo tipo.
Con esta producción los ingresos serían de 3132 €.