EJERCICIO A

PROBLEMA 2.

a) Halla los vértices de la región determinada por las siguientes inecuaciones:

$$3x + y \le 12, \qquad x - 2y \ge -3, \qquad y \ge \frac{x}{2} - 2, \qquad 2x + 3y \ge 1$$

b) Calcula los puntos de la región donde la función $f(x) = 3x - 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo y determina éstos.

Solución:

a) Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a)\quad 3x + y \le 12$

$3x + y = 12$

x	y
0	12
4	0

$3.0 + 0 \le 12$ *Sí*

$(b)\quad x - 2y \ge -3$

$x - 2y = -3$

x	y
1	2
−3	0

$0 - 2.0 \ge -3$ *Sí*

$(c)\quad y \ge \frac{x}{2} - 2$

$y = \frac{x}{2} - 2$

x	y
0	−2
4	0

$0 \ge 0 - 2$ *Sí*

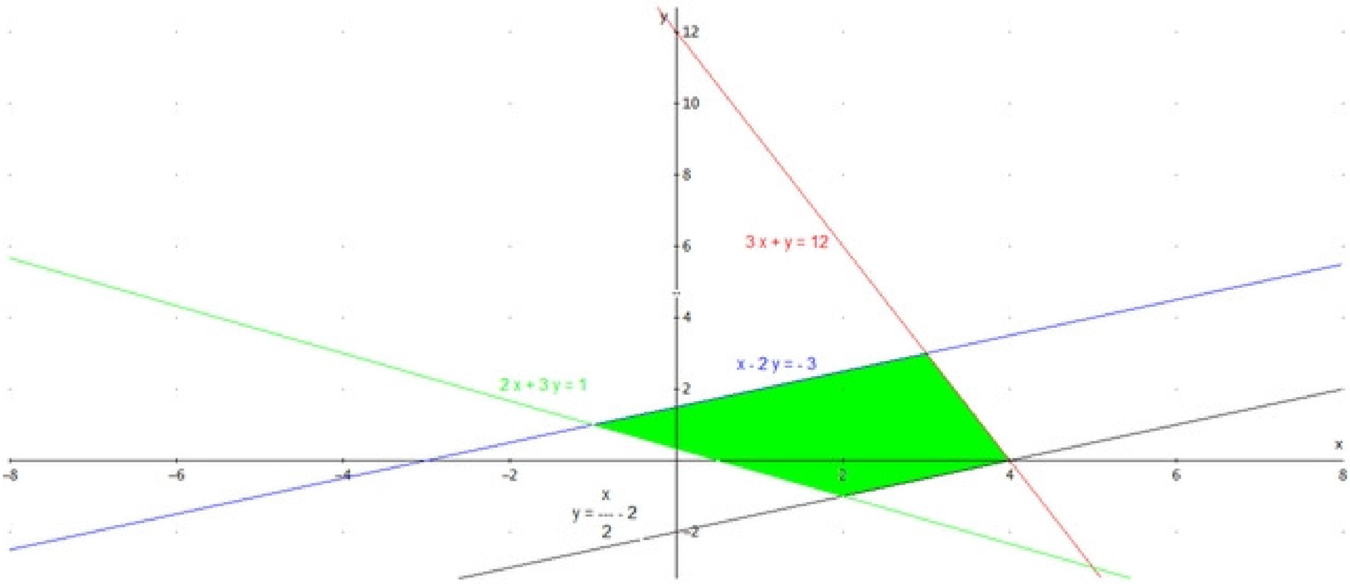
$(d)\quad 2x + 3y \ge 1$

$2x + 3y = 1$

x	y
2	−1
−1	1

$2.0 + 3.0 \ge 1$ *No*

La representación gráfica será:



Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

De (a) y (b): (3 , 3)

$$\begin{cases} 3x + y = 12 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \qquad 2x1^{\text{a}} \begin{cases} 6x + 2y = 24 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones: 7 x = 21; x = 3

sustituyendo en la 2ª ecuación: 3 – 2 y = – 3; – 2 y = – 6; y = 3

De (a) y (c): (4 , 0) (según hemos obtenido en la tabla de valores de ambas rectas)

De (c) y (d): (2 , – 1)

$$\begin{cases} y = \frac{x}{2} - 2 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

Sustituyendo el valor de y en la 2ª ecuación

$$2x+3\left(\frac{x}{2}-2\right)=1; \quad 2x+\frac{3x}{2}-6=1$$

4 x + 3 x – 12 = 2; 7 x = 14; x = 2

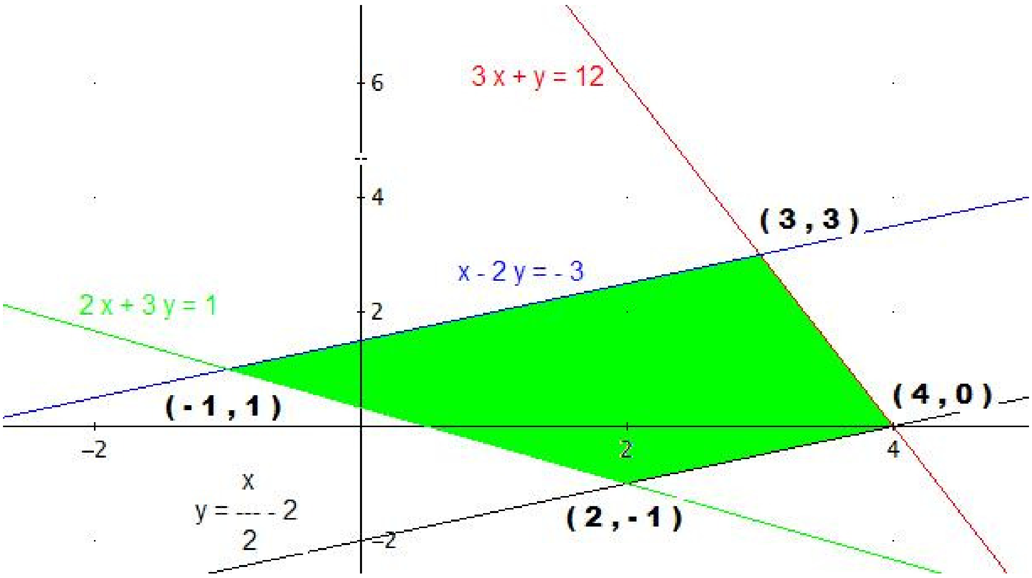
$$y=\frac{2}{2}-2=1-2=-1$$

De (d) y (b): (– 1 , 1)

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ x-2y=-3 \end{cases} \qquad -2x2^{a} \begin{cases} 2x+3y=1 \\ -2x+4y=6 \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones: 7 y = 7; y = 1

sustituyendo en la 2ª ecuación: x – 2 . 1 = – 3; x = – 1



Los vértices de la región determinada por las inecuaciones son: (3, 3), (4 , 0), (2 , – 1) y (– 1 , 1)

b) Los puntos de la región obtenida anteriormente en que la función dada alcanza sus valores máximo y mínimo serán los vértices de ella o los puntos de alguno de los segmentos que la delimitan.

Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	f(x,y) = 3 x – 2 y	
3 , 3	3 . 3 – 2 . 3 = 3	
4 , 0	3 . 4 – 2 . 0 = 12	Máximo
2 , – 1	3 . 2 – 2 (– 1)= 8	
– 1 , 1	3 (– 1) – 2 . 1 = – 5	Mínimo

f(x,y) alcanza el máximo en el punto (4 , 0) y vale 12; y el mínimo en el punto (– 1 , 1) y vale – 5.