EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Obtén todas las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=-1\\ 2x-y+z&=0\\ -2x+7y+z&=-4 \end{aligned}\right\}$$

Solución:
Resolveremos el sistema por el método de Gauss. Utilizaremos la matriz ampliada del sistema,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 1 & 0\\ -2 & 7 & 1 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ F_2-2.F_1\\ F_3+2.F_1 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1\\ 0 & -3 & -1 & 2\\ 0 & 9 & 3 & -6 \end{array}\right) \begin{array}{c} \\ \\ F_3+3.F_2 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1\\ 0 & -3 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Es un sistema compatible indeterminado, lo resolvemos utilizando la 1ª y 2ª ecuación y como incógnitas principales x e y.
El sistema a resolver es:

$$\left\{\begin{aligned} x+y&=-1-z\\ -3y&=2+z \end{aligned}\right.$$

Lo resolvemos por Cramer,
Calculamos el determinante de la matriz de coeficientes,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1\\ 0 & -3 \end{vmatrix}=-3$$

Las soluciones del último sistema,

$$x=\frac{\begin{vmatrix} -1-z & 1\\ 2+z & -3 \end{vmatrix}}{-3}=\frac{3+3z-2-z}{-3}=\frac{1+2z}{-3}=\frac{-1-2z}{3}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -1-z\\ 0 & 2+z \end{vmatrix}}{-3}=\frac{2+z}{-3}=\frac{-2-z}{3}$$

El sistema planteado tiene por soluciones,

$$\left\{\begin{aligned} x&=\frac{-1-2\lambda}{3}\\ y&=\frac{-2-\lambda}{3}\\ z&=\lambda \end{aligned}\right. \qquad \lambda\in\Re$$