OPCIÓN A

PROBLEMA 2. Una pastelería ha comprobado que el número de pasteles de un determinado tipo que vende semanalmente depende de su precio p en euros, según la función:

$$n(p) = 2000 - 1000\,p$$

donde n(p) es el número de pasteles vendidos cada semana. Calcula:

a) La función I(p) que expresa los ingresos semanales de la pastelería en función del precio p de cada pastel.

b) El precio al que hay que vender cada pastel para obtener los ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascenderán dichos ingresos máximos? Justifica la respuesta.

Solución:

a) Como semanalmente vende n(p) pasteles a p euros, los ingresos semanales I(p) se calculan como sigue:

$I(p) = n(p)\,.\,p = (2000 - 1000\,p)\,p = 2000\,p - 1000\,p^2$

Como p es el precio del pastel, no puede ser negativo; el número de pasteles vendidos tampoco puede ser negativo. Por lo tanto los valores que puede tomar p están determinados por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} p \geq 0 \\ 2000 - 1000p \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p \geq 0 \\ 2000 \geq 1000p \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p \geq 0 \\ 2 \geq p \end{cases} \rightarrow \quad 0 \leq p \leq 2$$

Por lo que, $I(p) = 2000\,p - 1000\,p^2$ *y* Dom $I(p) = [\,0\,,\,2\,]$

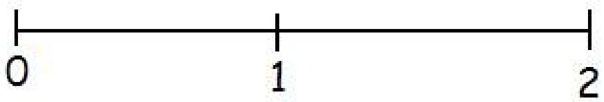
b) Busquemos le máximo de I(p) (recordemos que Dom I(p) = [0 , 2])

Estudiemos la monotonía de I(p),

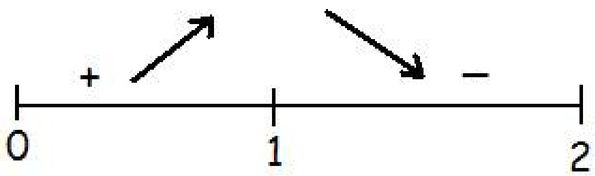
$I'(p) = 2000 - 2000\,p$

$I'(p) = 0 \;\rightarrow\; 2000 - 2000\,p = 0 \;\rightarrow\; 2000 = 2000\,p \;\rightarrow\; p = 1 \in$ Dom $I(p)$

Debemos estudiar el signo de I´(p) en los intervalos (0 , 1) y (1 , 2)



p	$I'(p) = 2000 - 2000p$
0´5	$2000 - 2000\,.\,0'5 = 1000 > 0$
1´5	$2000 - 2000\,.\,1'5 = -1000 < 0$



Por lo tanto en p = 1 la función I(p) tiene un máximo relativo; como la función a la izquierda de 1 es creciente y a la derecha decreciente, este máximo relativo es absoluto.

Para $p = 1 \;\rightarrow\; I(1) = 2000\,.\,1 - 1000\,1^2 = 1000$

Finalmente, hay que vender los pasteles a 1 euro para que el beneficio sea máximo y este beneficio será de 1000 euros.