BLOQUE A

PROBLEMA 1. El dueño de una tienda de golosinas dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para venderlas mejor va a confeccionar dos tipos de paquetes. El tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1,50 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros. ¿Cuántos paquetes de cada tipo conviene preparar para conseguir los ingresos máximos? Determina los ingresos máximos.

Solución:
Los datos del problema podemos resumirlos en la siguiente tabla,

Tipo de paquete	Paquetes de pipas	Chicles	Bombones	Precio de venta
A	1	2	2	1´50 €
B	1	4	1	2 €
Existencias	10	30	18	

Utilizamos las siguientes incógnitas
x = número de paquetes del tipo A que confecciona
y = número de paquetes del tipo B que confecciona
Las restricciones serán:
"dispone de 10 paquetes de pipas"; $x + y \leq 10$
"dispone de 30 chicles"; $2x + 4y \leq 30 \rightarrow x + 2y \leq 15$
"dispone de 18 bombones"; $2x + y \leq 18$
Como x e y representan número de paquetes, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \in N$
Los beneficios que obtiene el frutero serán: $1´5x + 2y$

El problema a resolver es:

$$\text{Maximizar } z = 1´5x + 2y$$
$$\text{s.a.} \begin{cases} x + y \leq 10 \\ x + 2y \leq 15 \\ 2x + y \leq 18 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 10$

$x + y = 10$

x	y
0	10
10	0

¿(0,0) cumple?
$0 + 0 \leq 10$ Sí

(b) $x + 2y \leq 15$

$x + 2y = 15$

x	y
0	7,5
15	0

¿(0,0) cumple?
$0 + 2 \cdot 0 \leq 15$ Sí

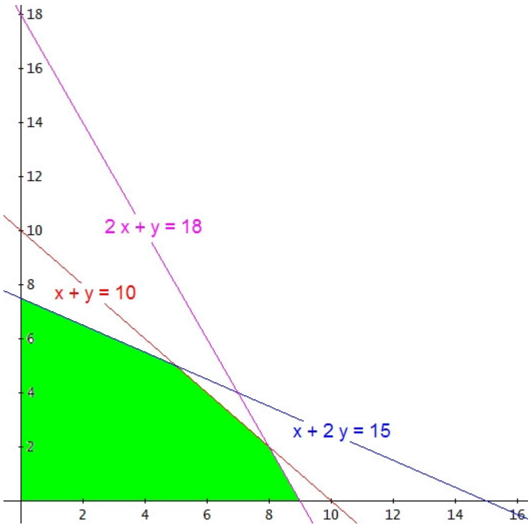
(c) $2x + y \leq 18$

$2x + y = 18$

x	y
0	18
9	0

¿(0,0) cumple?
$2 \cdot 0 + 0 \leq 18$ Sí

La representación gráfica será:



La región factible está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.

Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.
Son evidentes los vértices (0 , 0), (0 , 7´5) y (9 , 0); calculemos los otros dos vértices.
De (a) y (b): (5 , 5)

$$\begin{cases} x+y=10 \\ x+2y=15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x-y=-10 \\ x+2y=15 \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones: y = 5

sustituyendo el valor de y en la 1ª ecuación: x + 5 = 10;   x = 5

De (a) y (c): (8 , 2)

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+y=18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x-y=-10 \\ 2x+y=18 \end{cases}$$

sumando ambas ecuaciones: x = 8

sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: 8 + y = 10;   y = 2

Los vértices de la región factible son: (0, 0), (0 , 7´5), (9 , 0), (5 , 5)   y (8 , 2). De estos vértices el (7´5 , 0) no tiene sus coordenadas naturales, esperemos que el máximo se alcance en otro de los vértices para que el problema tenga una solución sencilla.
Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	z = 1´5 x + 2 y	
0 , 0	1´5 . 0 + 2 . 0 = 0	
0 , 7´5	1´5 . 0 + 2 . 7´5 = 15	
9 , 0	1´5 . 9 + 2 . 0 = 13´5	
5 , 5	1´5 . 5 + 2 . 5 = 17´5	Máximo
8 , 2	1´5 . 8 + 2 . 2 = 16	

El máximo se alcanza en el punto (5 , 5) lo cual quiere decir que para maximizar sus ingresos el tendero debe preparar 5 paquetes del tipo A y 5 del tipo B. De esta forma conseguirá un ingreso máximo de 17´50€.