OPCIÓN B

PROBLEMA 2. Un ganadero ordeña una vaca desde el día siguiente al día que ésta pare hasta 300 días después del parto. La producción diaria en litros de leche que obtiene de dicha vaca viene dada por la función:

$$f(x)=\frac{120x-x^2}{5000}+40$$

donde x representa el número de días transcurridos desde el parto. Se pide:

a) El día de máxima producción y la producción máxima.

b) El día de mínima producción y la producción mínima.

Solución:

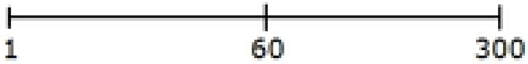
Busquemos los extremos de la función.

Vamos a estudiar el signo de $f'(x)$,

$$f'(x)=\frac{120-2x}{5000}$$

$$f'(x)=0 \;\rightarrow\; \frac{120-2x}{5000}=0 \;\rightarrow\; 120-2x=0 \;\rightarrow\; 120=2x \;\rightarrow\; x=60$$

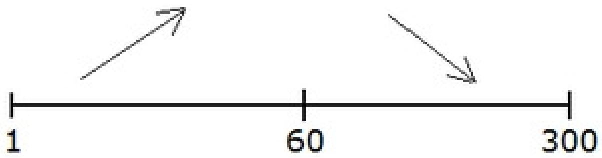
Debemos estudiar el signo de $f'(x)$ en los siguientes intervalos,



$$x=50 \;\rightarrow\; f'(50)=\frac{120-2.50}{5000}=\frac{20}{5000}=+$$

$$x=70 \;\rightarrow\; f'(70)=\frac{120-2.70}{5000}=\frac{-20}{5000}=-$$

Luego:



Por lo que en $x = 60$ hay un máximo relativo, y como la función a la izquierda de 60 es creciente y a la derecha decreciente este máximo relativo es el absoluto. $x=60 \;\rightarrow\; f(60)=\frac{120\,.\,60-60^2}{5000}+40=\frac{3600}{5000}+40=40'72$

Como f(x) es creciente de 1 a 60 y decreciente de 60 a 300, el mínimo absoluto corresponderá a uno de los extremos del intervalo de definición. Calculemos en que extremo se alcanza el mínimo:

$$x=1 \;\rightarrow\; f(1)=\frac{120\,.\,1-1^2}{5000}+40=\frac{119}{5000}+40=40'0238$$

$$x=300 \;\rightarrow\; f(300)=\frac{120\,.\,300-300^2}{5000}+40=\frac{-5400}{5000}+40=29'2$$

Luego el mínimo se alcanza para $x = 300$ (último día)

Por lo tanto: el día de máxima producción es a los 60 días después del parto y produce 40´72 l. de leche y el día de mínima producción es a los 300 días después del parto y produce 29´2 l. de leche.