

**Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas**

**Problema 5.** Una tienda de alquiler de bicicletas dispone mensualmente de 350 bicicletas. Haciendo un estudio entre los ingresos y los costes de explotación se ha determinado que los beneficios mensuales, en euros, se ajustan a la función

$$f(x) = 350x - x^2 - 15000,$$

siendo  $x$  el número de bicicletas alquiladas en un mes.

- Calcula el número de bicicletas que hay que alquilar cada mes para obtener un beneficio máximo (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (2 puntos)
- Determina a partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios. (2'5 puntos)
- ¿Puede tener pérdidas a pesar de alquilar una cantidad mayor de bicicletas que la obtenida en el apartado anterior? (2'5 puntos)

*Solución:*

Como la tienda dispone de 350 bicicletas mensualmente,  $\text{Dom } f(x) = \{0, 1, 2, \dots, 350\}$

a) ¿ $x$ ? / beneficio sea máximo.

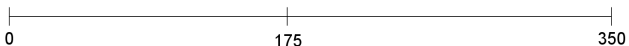
$$f(x) = -x^2 + 350x - 15000$$

Como  $f(x)$  es un polinomio de 2º grado con coeficiente de  $x^2$  negativo, si el vértice de la parábola está en el dominio de la función, éste será el máximo. Vértice  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-350}{2(-1)} = 175$ .

Obtendremos el mismo resultado estudiando el signo de  $f'(x)$ :

$$f'(x) = -2x + 350$$

$$-2x + 350 = 0; \quad 350 = 2x; \quad x = \frac{350}{2} = 175$$

Estudiamos el signo de  $f'(x)$  en los intervalos: 

$x$	$f'(x) = -2x + 350$	
1	$-2 \cdot 1 + 350 = +$	A la izquierda positivo y a la derecha negativo, en $x = 175$ hay un máximo relativo que es el absoluto por ser la función $f(x)$ a la izquierda creciente y a la derecha decreciente.
180	$-2 \cdot 180 + 350 = -$	

Por tanto, **para obtener un beneficio máximo hay que alquilar 175 bicicletas cada mes.**

b)  $x = 175, \quad f(175) = -175^2 + 350 \cdot 175 - 15000 = 15625$

**El beneficio máximo es de 15625€.**

c) ¿A partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios?

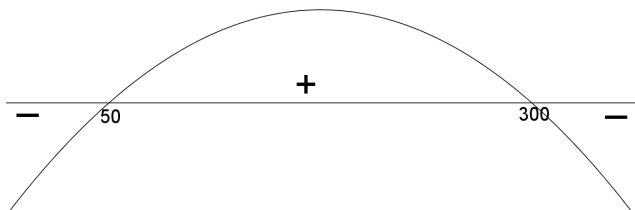
Debemos resolver  $x^2 / f(x) > 0$

$$-x^2 + 350x - 15000 > 0$$

$$-x^2 + 350x - 15000 = 0 \rightarrow x = \frac{-350 \pm \sqrt{350^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-15000)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-350 \pm 250}{-2} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{-350 + 250}{-2} = 50 \\ x_2 = \frac{-350 - 250}{-2} = 300 \end{cases}$$

Como  $f(x)$  es un polinomio de segundo grado con coeficiente de  $x^2$  negativo y raíces 50 y 300, gráficamente  $f(x)$  es [Recordemos que  $\text{Dom } f(x) = \{0, 1, 2, \dots, 350\}$ ]:



$f(x) > 0$  cuando  $x \in (50, 300)$

Luego, el taller obtiene beneficios cuando alquila, mensualmente, más de 50 bicicletas (exactamente cuando alquila de 51 a 299).

d) ¿Puede tener pérdidas a pesar de alquilar una cantidad mayor de bicicletas que la obtenida en el apartado anterior?

De lo estudiado en el apartado anterior, si alquila más de 300 bicicletas tiene pérdidas.

Por tanto, si mensualmente alquila 301 o más bicicletas tendría pérdidas.