

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 6. En una determinada ciudad, se sabe que el 80% de los hogares están formados por más de una persona. Se sabe también que el 30% de los hogares de esa ciudad están suscritos al canal *Panoramix*. Por último, se sabe que el 20% de los hogares están formados por más de una persona y están suscritos al canal *Panoramix*. Seleccionamos al azar un hogar de esta ciudad.

- Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado no esté suscrito al canal *Panoramix*.
- Calcula la probabilidad de que el hogar seleccionado esté formado por una única persona y también esté suscrito al canal *Panoramix*. (4 puntos)
- Si sabemos que el hogar seleccionado está formado por una única persona, ¿cuál es la probabilidad de que esté suscrito al canal *Panoramix*?
- Si sabemos que el hogar seleccionado está suscrito al canal *Panoramix*, ¿cuál es la probabilidad de que esté formado por más de una persona?
(Cada apartado puntúa 2'5 puntos)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

A = hogar formado por una única persona

B = hogar formado por más de una persona

C = el hogar está suscrito a *Panoramix*

D = el hogar no está suscrito a *Panoramix*

Por definición de los sucesos A y B son complementarios, luego $P(A) = 1 - P(B)$.

Lo mismo ocurre con los sucesos C y D .

Considerando todos los datos del enunciado,

“el 80% de los hogares están formados por más de una persona” $\rightarrow P(B) = 0'80$ y $P(A) = 1 - 0'8 = 0'2$

“el 30% de los hogares de esa ciudad están suscritos al canal *Panoramix*” $\rightarrow P(C) = 0'30$

“el 20% de los hogares están formados por más de una persona y están suscritos al canal *Panoramix*” $\rightarrow P(B \cap C) = 0'20$

a) Probabilidad de que el hogar seleccionado no esté suscrito al canal *Panoramix*.

La probabilidad pedida es: $P(D)$

Como C y D son sucesos complementarios, $P(D) = 1 - P(C) = 1 - 0'3 = 0'7$

b) Probabilidad de que el hogar seleccionado esté formado por una única persona y también esté suscrito al canal *Panoramix*.

La probabilidad pedida es: $P(A \cap C)$

A y B es el conjunto de todos los hogares, luego $C = C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B) \rightarrow$

$P(C) = P[(C \cap A) \cup (C \cap B)] = P(C \cap A) + P(C \cap B) - P(C \cap A \cap B) =$

$= P(C \cap A) + P(C \cap B) - P(C \cap A \cap B) =$

{como A y B son complementarios: $A \cap B = \emptyset \rightarrow A \cap B \cap C = \emptyset$ y $P(A \cap B \cap C) = 0$ }

$= P(C \cap A) + P(C \cap B)$

De los datos del problema conocemos $P(C)$ y $P(B \cap C)$, luego

$0'3 = P(A \cap C) + 0'2 \rightarrow P(A \cap C) = 0'3 - 0'2 = 0'1$

Luego $P(A \cap C) = 0'1$.

c) Si sabemos que el hogar seleccionado está formado por una única persona, ¿cuál es la probabilidad de que esté suscrito al canal Panoramix?

La probabilidad pedida es: $P(C/A)$

$$P(C/A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{0'1}{0'2} = 0'5$$

Por tanto, $P(C/A) = 0'5$.

d) Si sabemos que el hogar seleccionado está suscrito al canal Panoramix, ¿cuál es la probabilidad de que esté formado por más de una persona?

La probabilidad pedida es: $P(B/C)$

$$P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{0'2}{0'3} = \frac{2}{3}$$

Por tanto, $P(B/C) = \frac{2}{3}$.