

**Problema 3.** Dados los puntos  $A = (2, -1, 0)$ ,  $B = (1, 2, 3)$  y  $C = (-1, 0, 0)$ :

- Hallar la ecuación implícita de la recta  $r$  que contiene a los puntos  $A$  y  $B$ . (3 puntos)
- Hallar la ecuación del plano  $\pi$  que es perpendicular a la recta anterior  $r$  y que contiene al punto  $C$ . (4 puntos)
- Calcular la distancia del punto  $A$  al plano  $\pi$ . (3 puntos)

*Solución:*

a) ¿recta  $r$ ? /  $r$  contiene a los puntos  $A$  y  $B$ .

$$\text{De la recta } r \text{ conocemos } \begin{cases} \text{punto } B(1, 2, 3) \\ \text{vector director } \vec{v}_r = \overrightarrow{AB} = (-1, 3, 3) \end{cases}$$

$$\text{La ecuación continua de } r: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{3}$$

A partir de ella obtenemos su ecuación implícita:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} \\ \frac{x-1}{-1} = \frac{z-3}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-3 = -y+2 \\ 3x-3 = -z+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+y-5=0 \\ 3x+z-6=0 \end{cases}$$

$$\text{Solución: la ecuación implícita de la recta } r \text{ es } \begin{cases} 3x+y-5=0 \\ 3x+z-6=0 \end{cases}$$

b) ¿Plano  $\pi$ ? /  $\pi \perp r$  y  $C \in \pi$

Representamos por  $\vec{n}_\pi$  el vector perpendicular al plano  $\pi$ .

$$\text{Como } \pi \perp r \rightarrow \vec{n}_\pi = \vec{v}_r = (-1, 3, 3)$$

La ecuación del plano  $\pi$  será:  $-x + 3y + 3z + D = 0$

Como el punto  $C(-1, 0, 0) \in \pi \rightarrow -(-1) + 3 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + D = 0$ ;  $1 + D = 0$ ;  $D = -1$

Luego  $\pi: -x + 3y + 3z - 1 = 0$  o bien  $x - 3y + 3z + 1 = 0$

**Solución:** la ecuación del plano pedido es  $x - 3y + 3z + 1 = 0$ .

c) ¿ $d(A, \pi)$ ?  $A = (2, -1, 0)$  y  $\pi: x - 3y + 3z + 1 = 0$ .

$$d(A, \pi) = \frac{|2 - 3 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 3^2}} = \frac{|6|}{\sqrt{19}} = \frac{6}{\sqrt{19}} \cong 1,3765$$

$$\text{Solución: } d(A, \pi) = \frac{6}{\sqrt{19}} \text{ u.l.} \cong 1,3765 \text{ u.l.}$$