

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. Un dado, cuyas caras están numeradas del 1 al 6 se lanza cinco veces. Se pide la probabilidad de que el número 3 salga:

a) Exactamente dos veces (1 punto). b) Una vez a lo sumo (1 punto). c) Más de dos veces (1,3 puntos).

NOTA: Todos los números tienen la misma probabilidad de salir en cada lanzamiento.

Solución:

Consideramos la siguiente variable aleatoria,

$X =$ número de veces que sale 3 al lanzar cinco veces un dado.

X es una variable aleatoria binomial de parámetros $n = 5$ y $p = P(\text{obtener 3 al lanzar el dado}) = 1/6$,

$$X = B\left(5, \frac{1}{6}\right)$$

a) $A =$ obtener el 3 exactamente dos veces

$$P(A) = P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 5^3}{2 \cdot 6^5} = 0,160751$$

b) $B =$ obtener el 3 una vez a lo sumo

$$P(B) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^5 + \binom{5}{1} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^5 + 5 \frac{5^4}{6^5} = 2 \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0,8037551$$

c) $C =$ Obtener el 3 más de dos veces

$$P(C) = P(X > 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] =$$

usando los cálculos de los apartados anteriores

$$= 1 - [P(B) + P(A)] = 1 - (0,8037551 + 0,160751) = 1 - 0,9645061 = 0,0354939$$