EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Determina el valor real de x para que se cumpla la siguiente propiedad:

el determinante de la matriz 2B es 160, siendo B = $\begin{pmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 2 \end{pmatrix}$ (*3,3 puntos*).

Solución:

En la matriz 2B todos los elementos de la matriz B están multiplicados por 2, es decir, cada uno de los elementos de las filas (o columnas) de la matriz B está multiplicado por 2. B e una matriz 3x3, por la propiedad de los determinantes que nos dice que si multiplicamos los elementos de una fila (o columna) de una matriz por un número el determinante de esa matriz queda multiplicado por ese número obtenemos:

$$|2\ B| = 2\ .\ 2\ .\ 2\ |B| = 8\ |B|$$

Calculemos el determinante de B,

$|B| = \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ x+1 & 4 & 2 \\ x & 2-x^2 & 2 \end{vmatrix} =$ *desarrollando por la regla de Sarrus*

$= 8x + (x+1)(2-x^2) + 6x - 4x - 2x\,(2-x^2) - 6\,(x+1) =$

$= 8x + 2x + 2 - x^3 - x^2 + 6x - 4x - 4x + 2x^3 - 6x - 6 =$

$= x^3 - x^2 + 2x - 4$

Por lo tanto, $|2\ B| = 8\ (x^3 - x^2 + 2x - 4)$ *La ecuación a resolver será* $8\ (x^3 - x^2 + 2\ x - 4) = 160$,

$x^3 - x^2 + 2\ x - 4 = 20$

$x^3 - x^2 + 2\ x - 24 = 0$ *, buscamos sus raíces por Ruffini,*

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 2 & -24 \\ 3 & & 3 & 6 & 24 \\ \hline & 1 & 2 & 8 & 0 \end{array}$$

x = 3 es una solución, resolvemos la ecuación $x^2 + 2\ x + 8 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-28}}{2}$$

que no tiene soluciones reales.

Por lo tanto, el valor real de x que cumple la propiedad del enunciado es 3.