EJERCICIO A

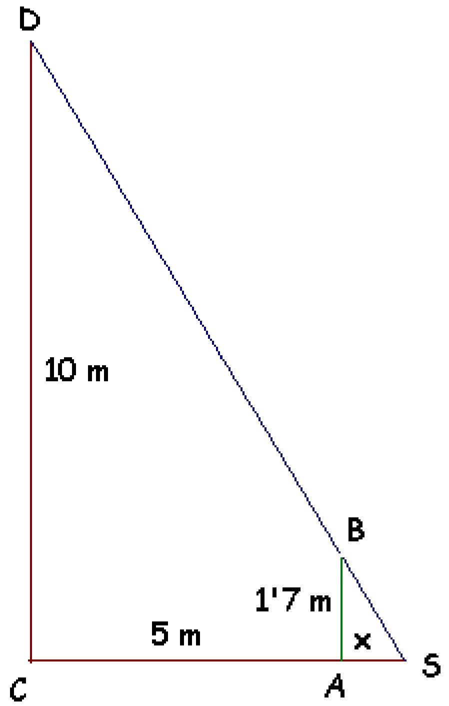
PROBLEMA 4. Una persona camina a la velocidad constante de 3m/s alejándose horizontalmente en línea recta desde la base de un farol cuyo foco luminoso está a 10 m de altura. Sabiendo que la persona mide 1,70 m, calcular:

a) La longitud de la sombra cuando la persona está a 5 m de la base del farol *(2 puntos)*.

b) La velocidad de crecimiento de la sombra a los t segundos de comenzar a caminar *(1,3 puntos)*.

Solución:

a) El gráfico correspondiente al problema es (los segmentos CD *y* AB *representan, respectivamente, al farol y a la persona):*



Podemos resolver este problema de dos formas:

A1) Por triángulos semejantes.

Los triángulos SAB y SCD son triángulos rectángulos con ángulo agudo común en el vértice S, por lo que son semejantes.

Podemos aplicar el teorema de Thales,

$$\frac{x}{x+5}=\frac{1'7}{10} \quad \rightarrow \quad 10x = 1'7x+8'5$$

$$8'3x = 8'5 \quad \rightarrow \quad x=\frac{8'5}{8'3}=1'024$$

La longitud de la sombra es de 1´024 m.

A2) Por geometría analítica.

Consideramos C el origen de coordenadas.

Obtengamos la ecuación de la recta r, pasa por D *y* B *.*

Esta recta pasa por los puntos D(0,10) y B(5,1´7); su vector director será v(-5, 8´3). La ecuación será:

$$\frac{x-0}{-5}=\frac{y-10}{8'3} \quad \rightarrow \quad y=\frac{-8'3x}{5}+10$$

Calculamos la longitud de la sombra buscando el punto de corte de la recta r con el eje de abcisas, S.

$$y=0 \quad \rightarrow \quad 0=\frac{-8'3x}{5}+10 \quad \rightarrow \quad 0=-8'3x+50$$

$$x=\frac{50}{8'3}$$

El punto S es $\left(\frac{50}{8'3}, 0\right)$

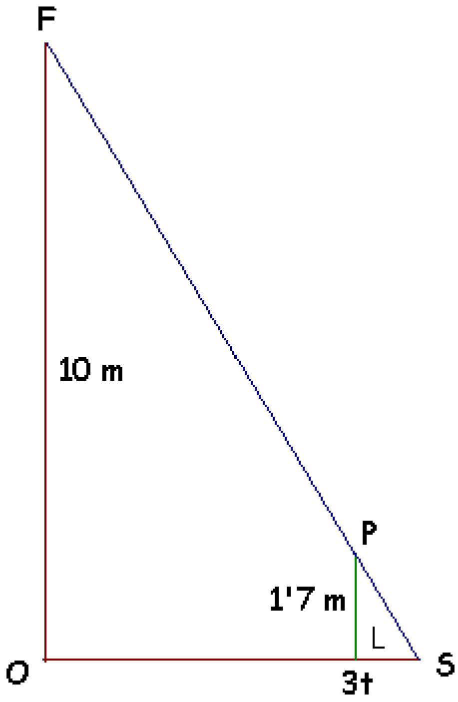
Como el punto A tiene de coordenadas (5,0), la longitud de la sombra, x, será:

$$\frac{50}{8'3}-5=\frac{50-41'5}{8'3}=\frac{8'5}{8'3}=1'024\ m.$$

b)

Calculando la longitud de la sombra en función del tiempo, la derivada de esta longitud nos dará la velocidad de crecimiento de la sombra.

Al cabo de t *segundos la persona, como camina a una velocidad de 3 m/s, habrá recorrido 3t m. Gráficamente tendremos la siguiente situación,*



Calcularemos la longitud de la sombra al cabo de t segundos, L, obteniendo la ecuación de la recta que pasa por los puntos F y P, r. Sus coordenadas son:
F(0 , 10) y P(3t , 1´7)
el vector director de la recta buscada: (3t , – 8´3).
La ecuación será:

$$\frac{x-0}{3t}=\frac{y-10}{-8'3} \quad \rightarrow \quad y=\frac{-8'3x}{3t}+10$$

Calculamos la longitud de la sombra buscando el punto de corte de la recta r con el eje de abcisas, S.

$$y=0 \quad \rightarrow \quad 0=\frac{-8'3x}{3t}+10 \quad \rightarrow \quad 0=-8'3x+30t$$

$$x=\frac{30t}{8'3}$$

El punto S es $\left(\frac{30t}{8'3}\,,0\right)$

La longitud de la sombra será:

$$L=\frac{30t}{8'3}-3t=\frac{30t-24'9t}{8'3}=\frac{5'1t}{8'3}$$

La velocidad de crecimiento de la sombra será:

$$L'=\frac{5'1}{8'3} \quad \text{es decir} \quad \frac{5'1}{8'3}\,m/s=0'614\,m/s$$