Problema 1.1. Dadas las matrices $B(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y $C(y)=\begin{pmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

a) Calcular el determinante de la matriz 3B(x) y obtener el valor de x para el que dicho determinante vale 162. *(1,8 puntos).*

b) Demostrar que la matriz C (y) no tiene inversa para ningún valor real de y. *(1,5 puntos).*

Solución:

a)

$$|3\,B(x)| = 3^3\,|B(x)| = 27\begin{vmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{vmatrix} = \quad \textit{desarrollando por la 1}^{a}\textit{ columna,}$$

$$= 27\left[(x+2)\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - (2x+3)\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + (4x+4)\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}\right] = 27\left[(x+2)(18-12)-(2x+3)(24-12)+(4x+4)(24-18)\right.$$

$$= 27\left[(x+2)\,6-(2x+3)\,12+(4x+4)\,6\right] = 27\left[6x+12-24x-36+24x+24\right] = 162x$$

$$162x = 162 \quad \rightarrow \quad x = \frac{162}{162} = 1$$

b) Calculemos su determinante,

$$|C(y)| = \begin{vmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{vmatrix} = (3y+5)\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - (2y+3)\begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + (3y+4)\begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= (3y+5)\,(18-12)-(2y+3)(\,42-24)+(3y+4)\,(42-36) = (3y+5)\,6-(2y+3)\,18+(3y+4)\,6 =$$

$$= 18y+30-36y-54+18y+24 = 0$$

Como el determinante de C(y) es nulo, no existe la matriz inversa de C(y).