EJERCICIO A

PROBLEMA 4. Sea $f(x) = x^3 + a\,x^2 + b\,x + c$. Hallar a, b, c sabiendo que f alcanza un máximo es $x = -4$ y un mínimo en $x = 0$ y que $f(1) = 1$.

Solución:

Máximo en $x = -4$, $f'(-4) = 0$

Mínimo en $x = 0$, $f'(0) = 0$

Calculemos $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

Obtenemos las ecuaciones correspondientes a las tres condiciones que conocemos de la función f,

$f'(-4) = 0$	$\rightarrow$	$3(-4)^2 + 2a(-4) + b = 0;$	$48 - 8a + b = 0$
$f'(0) = 0$	$\rightarrow$	$3\,0^2 + 2a\,0 + b = 0;$	$b = 0$
$f(1) = 1$	$\rightarrow$	$1^3 + a\,1^2 + b\,1 + c = 1;$	$1 + a + b + c = 1$

Sustituyendo el valor de b obtenido en la 2ª condición en las otras dos tenemos el sistema,

$$\begin{cases} 48 - 8a = 0 \\ a + c = 0 \end{cases}$$

De la 1ª ecuación obtenemos el valor de a; $48 = 8a$, $a = 6$

Sustituyendo en la 2ª ecuación $6 + c = 0$, $c = -6$

Los valores de los parámetros son: $a = 6$, $b = 0$ *y* $c = -6$; *la expresión de f será* $f(x) = x^3 + 6x^2 - 6$