EJERCICIO B

PROBLEMA 3. El peso medio de un grupo de 500 estudiantes es 68,5 kilos y la desviación típica, 10 kilos. Suponiendo que los pesos siguen una distribución normal, se pide:
a) ¿Cuántos estudiantes pesan entre 48 y 71 kilos? (*1 punto*).
b) ¿Cuántos estudiantes pesan más de 91 kilos? (*1 punto*).
c) Se eligen 5 alumnos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 de ellos pesen más de 75 kilos? (*1,3 puntos*).

Solución:
Llamando X = peso de un estudiante, X es una variable aleatoria / X = N (68´5 , 10)
(Nota: como X es una v.a. continua se cumple que P (X < a) = P (X ≤ a))

a) Calculamos, en primer lugar, la probabilidad de que un estudiante pese entre 48 y 71 kilos,

$$P(48 < X < 71) = P\left(\frac{48-68'5}{10} < \frac{X-68'5}{10} < \frac{71-68'5}{10}\right) = P(-2'05 < Z < 0'25) = P(Z < 0'25) - P(Z < -2'05) =$$

$$= P(Z < 0'25) - (\,1 - P(Z < 2'05)\,) = 0'5987 - (1 - 0'9798) = 0'5987 - 0'0202 = 0'5785$$

n = 500 . 0´5785 = 289´25. Es decir, 289 estudiantes pesan entre 48 y 71 kilos.

b) Calculamos, en primer lugar, la probabilidad de que un estudiante pese más de 91 kilos,

$$P(X > 91) = P\left(\frac{X-68'5}{10} > \frac{91-68'5}{10}\right) = P(Z > 2'25) = 1 - P(Z < 2'25) = 1 - 0'9878 = 0'0122$$

n= 500 . 0´0122 = 6´1. Es decir, 6 estudiantes pesan más de 91 kilos.

c) Consideramos la v. a. Y = número de estudiantes que pesan más de 75 kilos de un grupo de 5.
Y es una v. a. binomial de parámetros n = 5 y p = P(X > 75)

$$P(X > 75) = P\left(\frac{X-68'5}{10} > \frac{75-68'5}{10}\right) = P(Z > 0'65) = 1 - P(Z < 0'65) = 1 - 0'7422 = 0'2578$$

Luego Y = B (5 , 0´2578) y q = 0´7422
El suceso "exactamente dos de ellos pesen más de 75 kilos" corresponde a Y = 2

$$P(Y = 2) = \binom{5}{2} 0'2578^2 \,.\, 0'7422^3 = 10 \,.\, 0'2578^2 \,.\, 0'7422^3 = 0'271724423 \approx 0'2717$$