

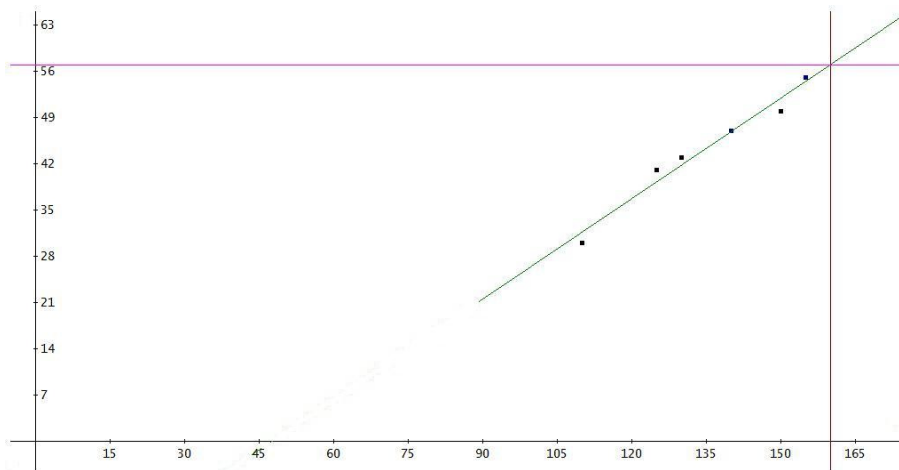
EJERCICIO A

PROBLEMA 4.2. Durante 6 años consecutivos, la producción industrial x de una empresa, medida en toneladas métricas, fue: 110, 125, 130, 140, 150 y 155, mientras que las compras efectuadas, expresadas en millones de euros, fueron: 30, 41, 43, 47, 50 y 55. Se pide:

- a) Representar los 6 puntos (x,y) (es decir, $(110,30)$, $(125,41)$, $(130,43)$, $(140,47)$, $(150,50)$ y $(155, 55)$) en unos ejes OXY y dibujar aproximadamente la recta de regresión de y sobre x . Sobre esta recta, obtener ahora gráficamente la predicción de compras a efectuar para una producción industrial de 160 toneladas métricas (*1,3 puntos*).
- b) Explicar cómo se ha hecho el dibujo de la recta y la predicción (*1 punto*).
- c) Razonar si se puede predecir o no las compras para una producción de 400 toneladas métricas (*1 punto*).

Solución:

a)



b) La recta de regresión de y sobre x la trazamos de manera que se ajuste a la nube de puntos que tenemos. Para obtener la ecuación de la recta de regresión efectuamos los siguientes cálculos,

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
110	30	12100	900	3300
125	41	15625	1681	5125
130	43	16900	1849	5590
140	47	19600	2204	6580
150	50	22500	2500	7500
155	55	24025	3025	8525
810	266	110750	12164	36620

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{810}{6} = 135$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{266}{6} = 44'333$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{110750}{6} - 135^2} = 15'28$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{12164}{6} - 44'333^2} = 7'867$$

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = \frac{36620}{6} - 135 \cdot 44'333 = 118'33$$

$$r = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{118'33}{15'28 \cdot 7'867} = 0'9847$$

Como el coeficiente de correlación (r) es 0'9847 y está muy próximo a 1 la recta de regresión nos sirve para hacer predicciones para valores de x comprendidos o cercanos al rango de valores de x estudiados, [110,155].

La ecuación de la recta de regresión de y sobre x es $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \bar{x})$

La predicción de compras a efectuar para una producción industrial de 160 toneladas métricas la calculamos sustituyendo en la ecuación anterior el valor de x por 160,

$$y - 44'333 = \frac{118'33}{15'28^2} (160 - 135) \rightarrow y = 57'01$$

la predicción de compras será de 57'01 millones de euros (aproximadamente el valor que se obtiene en el gráfico).

c) El valor de 400 Tm está muy alejado del rango de valores de Tm estudiados (de 110 a 155) por lo que no podemos realizar una predicción de las compras para esta producción.