EJERCICIO B

PROBLEMA 3. a) Obtener razonadamente la siguiente integral $\int \frac{4x+11}{(x+1)^2+1}\,dx$ (2,*3 puntos*).

b) Aplicando la regla de Barrow, calcular $\int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{4x+11}{(x+1)^2+1}\,dx$ (1 *punto*).

Solución:

a) *Para obtener esta integral calculamos la derivada del denominador con el fin de expresar el numerador de la forma adecuada,*

D = (x + 1)^2 *+ 1, D´= 2 (x + 1) = 2 x + 2*

Expresamos el numerador como sigue, 4 x + 11 = 4 x + 4 + 7 = 2 (2 x + 2) + 7

$$\int \frac{4x+11}{(x+1)^2+1}\,dx = \int \frac{2(2x+2)+7}{(x+1)^2+1}\,dx = \int \frac{2(2x+2)}{(x+1)^2+1}\,dx + \int \frac{7}{(x+1)^2+1}\,dx =$$

$$= 2\int \frac{2x+2}{(x+1)^2+1}\,dx + \int \frac{7}{(x+1)^2+1}\,dx = 2\,Ln\left|(x+1)^2+1\right| + 7arc\,tg\,(x+1) + C$$

Como para cualquier valor de x, (x + 1)^2 *+ 1 > 0, podemos eliminar el valor absoluto del argumento del logaritmo; el resultado de la integral queda como sigue,*

$$= 2\,Ln\left((x+1)^2+1\right) + 7arc\,tg\,(x+1) + C$$

b) *Para poder aplicar la regla de Barrow el integrando debe ser una función continua en el intervalo definido por los límites de integración. Como el denominador, (x + 1)*^{2} *+ 1, es siempre positivo, es distinto de cero para cualquier valor de x, por lo que el integrando es una función continua en* $\Re$.

Considerando el resultado obtenido en el apartado anterior,

$$\int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{4x+11}{(x+1)^2+1}\,dx = \left[2\,Ln\left((x+1)^2+1\right) + 7arc\,tg\,(x+1)\right]_0^{\sqrt{3}-1} =$$

$$= \left(\,2\,Ln\left((\sqrt{3}-1+1)^2+1\right) + 7arc\,tg\,(\sqrt{3}-1+1)\,\right) - \left(\,2\,Ln\left((0+1)^2+1\right) + 7arc\,tg\,(0+1)\,\right) =$$

$$= 2\,Ln\,(3+1) + 7arc\,tg\,\sqrt{3} - 2\,Ln\;2 - 7arc\,tg\,1 = 2\,Ln\,4 + 7\frac{\pi}{3} - 2\,Ln\,2 - 7\frac{\pi}{4} = 2\,Ln\,2^2 - 2\,Ln\,2 + 7\frac{\pi}{3} - 7\frac{\pi}{4} =$$

$$= 4\,Ln\,2 - 2\,Ln\,2 + \frac{28\pi - 21\pi}{12} = 2\,Ln\,2 + \frac{7\pi}{12}$$