EJERCICIO B

PROBLEMA 3.
a) Obtener la derivada de la función $f(x) = ax + b + sen\ x$ **(0,5 puntos)**. **Calcular** a y b si $O = (0, 0)$ es un punto de la curva $y = ax + b + sen\ x$, cuya recta tangente en $O = (0, 0)$ es el eje OX **(1,8 puntos).**

b) Justificar que la función $g(x) = -\frac{2}{\pi}x + sen\ x$ se anula en dos puntos del intervalo $[0,\pi]$ **(0,5 puntos).**

c) Calcular esos dos puntos **(0,5 puntos).**

Solución:
a) $f'(x) = a + \cos x$

Calculo de a y b con las condiciones dadas
(0 , 0) es punto de la curva $\rightarrow$ $0 = a \cdot 0 + b + sen\ 0$ $\rightarrow$ $0 = b + 0$ $\rightarrow$ $b = 0$
la recta tangente a la curva en (0 , 0) es el eje OX $\rightarrow$ $f'(0) = 0$ $\rightarrow$ $a + \cos 0 = 0$ $\rightarrow$ $a + 1 = 0$ $\rightarrow$ $a = -1$
Por lo tanto, $a = -1$ *y* $b = 0$

b)

$g(x) = -\frac{2}{\pi}x + sen\ x$ *Intentaremos aplicar el Teorema de Bolzano. Debemos buscar intervalos en que la función g(x) tome valores de distinto signo en los extremos.*

$$g(0) = -\frac{2}{\pi}0 + sen\ 0 = 0$$

$$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{\pi}\frac{\pi}{2} + sen\ \frac{\pi}{2} = -1 + 1 = 0$$

Ya hemos encontrado dos puntos del intervalo [0 , π] en los que se anula g(x).

c) Los puntos del intervalo [0, π] en los que se anula g(x) son $(0, 0)$ *y* $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$