Problema 4.1. Se tienen dos programas informáticos *A* y *B*. Para procesar *n* datos, el programa *A* realiza un número de operaciones elementales no superior a $12 + n\sqrt[4]{n^3}$, mientras que el programa *B* ejecuta $n^2 - 2n + 10$ operaciones elementales. Comprobar que cuando el número *n* de datos es grande, el programa *A* procesa los *n* datos con menos operaciones elementales que el programa *B*. *(3,3 puntos).*

Solución:

Llamando $NP_A(n)$ al número de operaciones elementales que realiza el programa A para procesar n datos y $NP_B(n)$ al número de operaciones elementales que realiza el programa B para procesar n datos

De los datos del problema sabemos que: $NP_A(n) \le 12 + n\sqrt[4]{n^3}$ *y* $NP_B(n) = n^2 - 2n + 10$

Para comprobar que para n grandes el programa A realiza menos operaciones que el B calculemos el siguiente límite,

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{NP_A(n)}{NP_B(n)} \le \lim_{n\to+\infty} \frac{12 + n\sqrt[4]{n^3}}{n^2 - 2n + 10} = \lim_{n\to+\infty} \frac{12 + n\, n^{3/4}}{n^2 - 2n + 10} = \lim_{n\to+\infty} \frac{12 + n^{7/4}}{n^2 - 2n + 10} = \lim_{n\to+\infty} \frac{12 + n^{1'75}}{n^2 - 2n + 10} = \left(\frac{+\infty}{+\infty}\right) =$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{n^{1'75}}{n^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^{0'25}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

Considerando que para valores grandes de n, $NP_A(n)$ *y* $NP_B(n)$ *son positivos, podemos afirmar que:*

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{NP_A(n)}{NP_B(n)} = 0$$

Como el valor del límite es 0, esto quiere decir que para valores de n grandes el denominador (número de operaciones del programa B) es mayor que el numerador, es decir, que el programa A procesa los n datos con menos operaciones elementales que el programa B.