Pág 281. 5

$$f(x)=\begin{cases} 2x-3 & , x<4 \\ -x^2+10x-19, & x\geq 4 \end{cases}$$

¿cumple T.V.M. en $[2,6]$?
¿punto dónde cumple tesis?

El T.V.M. dice

$$\left.\begin{array}{l} f(x) \text{ continua en } [a,b] \\ f(x) \text{ derivable en } (a,b) \end{array}\right\} \rightarrow \exists c \in (a,b) \,/\, f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

¿$f(x)$ es continua en $[2,6]$?

$$\overset{2x-3}{\underset{2 \quad \text{polino cont} \quad 4}{\longleftrightarrow}} \quad \overset{-x^2+10x-19}{\underset{4 \quad \text{polino cont} \quad 6}{\longleftrightarrow}}$$

El problema de continuidad estará en $x=4$.

Veamos si $f(x)$ es continua en $x=4$

1ª) $f(4)=-4^2+10\cdot 4-19=5$ ✓

2ª) $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^-}(2x-3)=2\cdot 4-3=5 \\ \lim\limits_{x\to 4^+}(-x^2+10x-19)=5 \end{array}\right\}=5$ ✓

3ª) $f(4)=5=\lim\limits_{x\to 4} f(x)$

$\Rightarrow$ $f(x)$ es cont en $x=4$

$f(x)$ es continua en $[2,6]$

¿$f(x)$ es derivable en $(2,6)$?
Las dos ramas de $f(x)$ son polinomios $\rightarrow$ son derivables.
¿$f(x)$ es derivable en $x=4$?

$$f'(x)=\begin{cases} 2 & , x<4 \\ -2x+10 & , x>4 \end{cases} \rightarrow f'(4)=\left\{\begin{array}{l} f'(4^-)=2 \\ f'(4^+)=-2\cdot 4+10=2 \end{array}\right\}=2$$

Luego f es derivable en $x=4$

$f(x)$ es derivable en $(2,6)$

Se cumplen las condiciones del T.V.M luego podremos obtener $c\in(2,6)$

$$\frac{f(6)-f(2)}{6-2}=\frac{-6^2+10\cdot 6-19-(2\cdot 2-3)}{4}=\frac{4}{4}=1$$

Para que $f'(c)=1 \rightarrow c\in(4,6)$; $-2c+10=1 \rightarrow 9=2c$
$c=4'5\in(4,6)$

Se cumple la tesis en $(4'5, 5'75)$