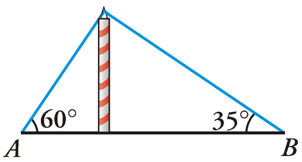
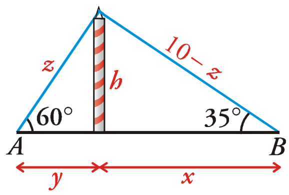
Ejercicio nº 1.-

Para sujetar un mástil al suelo como indica la figura hemos necesitado 10 metros de cable.



Halla la altura del mástil y la distancia entre los puntos *A* y *B*.

Solución:



$$\left.\begin{array}{l} sen\,60^\circ = \dfrac{h}{z} \\ sen\,35^\circ = \dfrac{h}{10-z} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} z\,sen\,60^\circ = h \\ (10-z)\,sen\,35^\circ = h \end{array}\right\}$$

$$z\,sen\,60^\circ = (10-z)\,sen\,35^\circ \quad \to \quad z\,sen\,60^\circ = 10\,sen\,35^\circ - z\,sen\,35^\circ$$

$$z\,sen\,60^\circ + z\,sen\,35^\circ = 10\,sen\,35^\circ \quad \to \quad z\left(sen\,60^\circ + sen\,35^\circ\right) = 10\,sen\,35^\circ$$

$$z = \frac{10\,sen\,35^\circ}{sen\,60^\circ + sen\,35^\circ} = 3{,}98 \text{ m}$$

$$h = z\,sen\,60^\circ = \frac{10\,sen\,35^\circ\,sen\,60^\circ}{sen\,60^\circ + sen\,35^\circ} = 3{,}45 \text{ m}$$

La altura del mástil es de 3,45 m

Para hallar la distancia entre A y B, tenemos que hallar x e y:

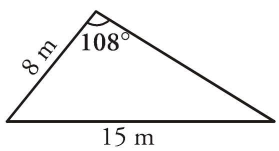
$$tg\,60^\circ = \frac{h}{y} \quad \to \quad y = \frac{h}{tg\,60^\circ} = \frac{3{,}45}{tg\,60^\circ} = 1{,}99 \text{ m}$$

$$tg\,35^\circ = \frac{h}{x} \quad \to \quad x = \frac{h}{tg\,35^\circ} = \frac{3{,}45}{tg\,35^\circ} = 4{,}93 \text{ m}$$

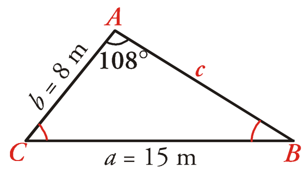
Por tanto, la distancia entre A y B es de $x + y = 4{,}93 + 1{,}99 = 6{,}92$ m.

Ejercicio nº 2.-

Halla los lados y los ángulos de este triángulo:



Solución:



Hallamos el ángulo $\hat{B}$ con el teorema de los senos:

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \quad \rightarrow \quad \frac{15}{sen 108^\circ} = \frac{8}{sen\,\hat{B}}$$

$$sen\,\hat{B} = \frac{8\,sen 108^\circ}{15} = 0{,}507 \quad \rightarrow \quad \hat{B} = 30^\circ\, 28'46''$$

(Como $\hat{A}$ es obtuso, $\hat{B}$ y $\hat{C}$ han de ser agudos, solo hay una solución).
Hallamos el ángulo $\hat{C}$:

$$\hat{C} = 180^\circ - \left(\hat{A} + \hat{B}\right) = 41^\circ\, 31'14''$$

Calculamos el lado c:

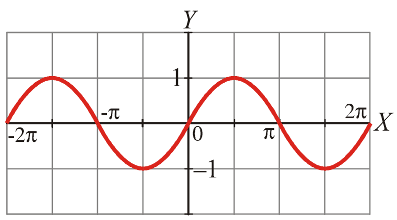
$$\frac{c}{sen\,\hat{C}} = \frac{a}{sen\,\hat{A}} \quad \rightarrow \quad \frac{c}{sen\left(41^\circ\, 31'14''\right)} = \frac{15}{sen 108^\circ} \quad \rightarrow \quad c = 10{,}46 \text{ m}$$

Por tanto:

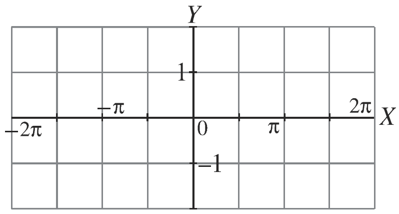
$$a = 15 \text{ m}; \; \hat{A} = 108^\circ$$
$$b = 8 \text{ m}; \; \hat{B} = 30^\circ\, 28'46''$$
$$c = 10{,}46 \text{ m}; \; \hat{C} = 41^\circ\, 31'14''$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Escribe la expresión analítica de la función cuya gráfica es la siguiente:



b) Representa la función $y = sen\,\frac{x}{2}$ en estos ejes:



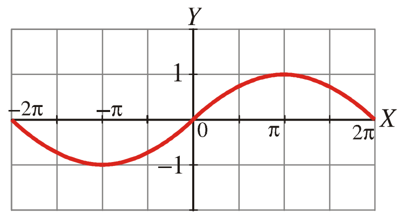
Solución:

a) La gráfica corresponde a la función $y = sen\ x$.

b) Hacemos una tabla de valores:

x	-2π	$-3\pi/2$	$-\pi$	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π
$x/2$	$-\pi$	$-3\pi/4$	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
$sen(x/2)$	0	$-\sqrt{2}/2$	-1	$-\sqrt{2}/2$	0	$\sqrt{2}/2$	1	$\sqrt{2}/2$	0

La gráfica sería:



<u>Ejercicio nº 4.-</u>

Demuestra que:

$$\cos(x+45^\circ)\cdot\cos(x-45^\circ)=\frac{1}{2}\cos 2x$$

Solución:

$$\cos(x+45^\circ)\cdot\cos(x-45^\circ)=(\cos x\cos 45^\circ - sen\,x\,sen\,45^\circ)(\cos x\cos 45^\circ + sen\,x\,sen\,45^\circ)=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}sen\,x\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}sen\,x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(\cos x - sen\,x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x + sen\,x)=$$

$$=\frac{1}{2}(\cos x - sen\,x)(\cos x + sen\,x)=\frac{1}{2}\left(\cos^2 x - sen^2 x\right)=\frac{1}{2}\cos 2x$$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Resuelve la ecuación trigonométrica:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2$$

Solución:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2 \quad \rightarrow \quad \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 2$$
$$2\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 2 \quad \rightarrow \quad 2\cos^2 x - \left(1 - \cos^2 x\right) = 2$$
$$2\cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 2 \quad \rightarrow \quad 3\cos^2 x = 3$$
$$\cos^2 x = 1 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \quad \rightarrow \quad x = 0^\circ + 360^\circ k \\ \\ \cos x = -1 \quad \rightarrow \quad x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbb{Z}$$

<u>Ejercicio nº 6.-</u>

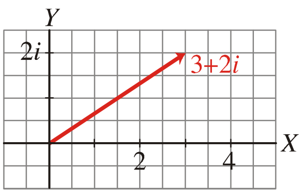
Calcula y representa la solución obtenida:

$$\frac{i^{30}(5-i)}{-1+i}$$

Solución:

$$\frac{i^{30}(5-i)}{-1+i} = \frac{-1(5-i)}{-1+i} = \frac{-5+i}{-1+i} = \frac{(-5+i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = \frac{5+5i-i-i^2}{1-i^2} = \frac{5+5i-i+1}{1+1} = \frac{6+4i}{2} =$$
$$= \frac{6}{2} + \frac{4i}{2} = 3 + 2i$$

Representación gráfica:



<u>Ejercicio nº 7.-</u>

Halla todas las soluciones de la ecuación:

$$\mathbf{2z^6 + 2 = 0}$$

Solución:

$$2z^6 + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 2z^6 = -2 \quad \rightarrow \quad z^6 = -1$$
$$z = \sqrt[6]{-1} = \sqrt[6]{1_{180^\circ}} = 1_{\frac{180^\circ + 360^\circ k}{6}} = 1_{30^\circ + 60^\circ k}\ ; \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Las seis soluciones son:

$$1_{30^\circ};\ 1_{90^\circ};\ 1_{150^\circ};\ 1_{210^\circ};\ 1_{270^\circ};\ 1_{330^\circ}$$