Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

a) ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(0,5 puntos)*

Solución:

Llamando: x = *número de entradas preferente*

y = *número de entradas estándar*

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	Nº entradas	*Beneficio*	*costes*
preferente	x	*(115-5)€/entrada*	*20€/ entrada*
estándar	y	*90€/entrada*	*10€/ entrada*
disponibilidad	*75*		*1000€*

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

El aforo máximo es de 75 asientos $\rightarrow x + y \leq 75$

la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación $\rightarrow 20x + 10y \leq 1000$ $\rightarrow 2x + y \leq 100$

Como las variables x e y representan número de unidades deben ser números naturales.

El beneficio viene dada por la función: $z = 110x + 90y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar} \quad z = 110x + 90y$$

$$s.a. \begin{cases} x + y \leq 75 \\ 2x + y \leq 100 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a) \quad x + y \leq 75$

$x + y = 75$

x	y
0	75
75	0

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 75$ *Sí*

$(b) \quad 2x + y \leq 100$

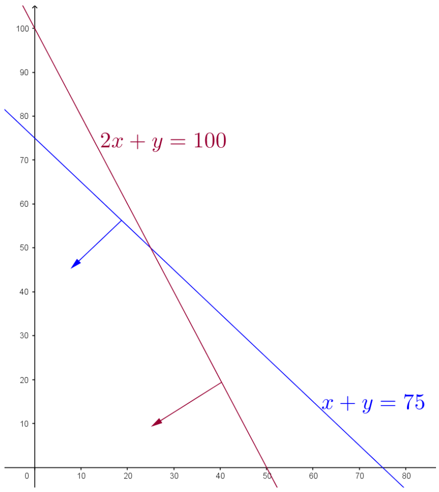
$2x + y = 100$

x	y
0	100
50	0

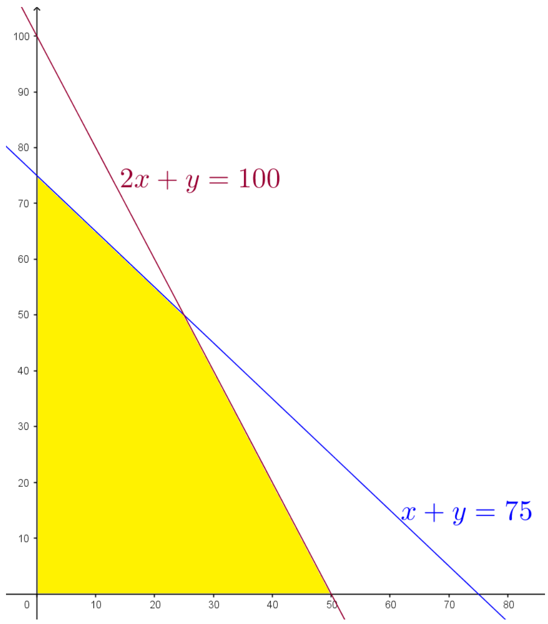
¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 0 \leq 100$ *Sí*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

los que obtuvimos en los cálculos para la representación son A (0 , 0), B (0 , 75) y D (50 , 0).

Punto C, corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 2x + y = 100 \end{cases} \qquad \begin{matrix} -1x\ 1^{a} \\ 2^{a} \end{matrix} \begin{cases} -x - y = -75 \\ 2x + y = 100 \end{cases}$$

Sumando: $x = 25$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: 25 + y = 75; y = 75 – 25; y = 50 → C (25 , 50)

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 110 x + 90 y*	
0 , 0	*110 . 0 + 90 . 0 = 0*	
0 , 75	*110 . 0 + 90 . 75 = 6750*	
25 , 50	*110 . 25 + 90 . 50 = 7250*	*máximo*
50 , 0	*110 . 50 + 90 . 0 = 5500*	

El máximo se alcanza en el punto (25 , 50)

Por tanto,

a) Debe poner a la venta 25 entradas de tipo preferente y 50 estándar para obtener el máximo beneficio posible.

b) El beneficio máximo será de 7250€.