

Problema 2. A. El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo t (en años) según la función $B(t) = -t^2 + 12t - 11$, para t entre 2 y 9.

- a) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor?
(0'75 puntos)
- b) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor?
(0'75 puntos)
- c) ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros?
(1'25 puntos)
- d) Calcula la siguiente integral:
(0'75 puntos)

$$\int_3^8 B(t) dt$$

Solución:

$$B(t) = -t^2 + 12t - 11, \quad t \in [2, 9]$$

- a) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor?

Máximo de $B(t)$.

$$B'(t) = -2t + 12; \quad -2t + 12 = 0; \quad -2t = -12; \quad t = \frac{-12}{-2} = 6 \in [2, 9]$$

Calculemos el signo de $B'(t)$ a la izquierda y derecha de $t = 6$.

$B'(5) = -2 \cdot 5 + 12 = 2 > 0$ *A la izquierda de $t = 6$ la función es creciente y a la derecha decreciente, por tanto en $t = 6$ hay un máximo local que es el absoluto porque no hay otros posibles máximos o mínimos locales.*

$B'(7) = -2 \cdot 7 + 12 = -2 < 0$

$$\text{Para } t = 6, \quad B(6) = -6^2 + 12 \cdot 6 - 11 = 25$$

Solución: la empresa alcanza su valor máximo al cabo de 6 años y este valor será de 25 millones de euros.

- b) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor?

En el apartado anterior hemos obtenido que la función sólo tiene un máximo local. Por tanto, el mínimo se alcanzará en alguno de los extremos del intervalo $[2, 9]$.

$$B(2) = -2^2 + 12 \cdot 2 - 11 = 9$$

$$B(9) = -9^2 + 12 \cdot 9 - 11 = 16$$

El mínimo se alcanza a los 2 años y es 9.

Solución: la empresa alcanza su valor mínimo al cabo de 2 años y este valor será de 9 millones de euros.

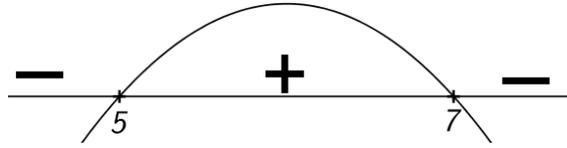
- c) ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros?

$$¿t? / B(t) > 24$$

$$\text{Debemos resolver la inecuación: } -t^2 + 12t - 11 > 24; \quad -t^2 + 12t - 11 - 24 > 0; \quad -t^2 + 12t - 35 > 0$$

$$-t^2 + 12t - 35 = 0; \quad t = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4(-1)(-35)}}{2(-1)} = \frac{-12 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-12 \pm 2}{-2} = \begin{cases} t_1 = \frac{-12+2}{-2} = 5 \\ t_2 = \frac{-12-2}{-2} = 7 \end{cases}$$

Como la inecuación es de 2º grado con coeficiente de t^2 negativo y raíces 5 y 7, gráficamente es:



Por tanto la solución de la inecuación es el intervalo $(5, 7)$.

Solución: el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros en el periodo $(5, 7)$.

d) $\int_3^8 B(t) dt$

$$\begin{aligned} \int_3^8 (-t^2 + 12t - 11) dt &= \left[\frac{-t^3}{3} - 12 \frac{t^2}{2} - 11t \right]_3^8 = \left[\left(\frac{-8^3}{3} - 12 \frac{8^2}{2} - 11 \cdot 8 \right) - \left(\frac{-3^3}{3} - 12 \frac{3^2}{2} - 11 \cdot 3 \right) \right] = \\ &= \frac{376}{3} - 12 = \frac{340}{3} \end{aligned}$$

Solución: $\int_3^8 B(t) dt = \frac{340}{3}$.