

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 3. Una empresa de mantenimiento de automóviles evalúa los coches haciéndoles dos controles; si los dos salen negativos entonces el coche se califica como no adecuado y si los dos salen positivos entonces se califica como adecuado. Sin embargo, si uno de los controles sale positivo y el otro negativo, entonces se le hace un tercer control; si este sale positivo la calificación es de coche adecuado, y en caso contrario la calificación es de no adecuado. Se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8 y que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control. Seleccionamos al azar un coche de esta marca para su evaluación.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado? (1 punto)
- Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control? (1 punto)
- Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado? (1 punto)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

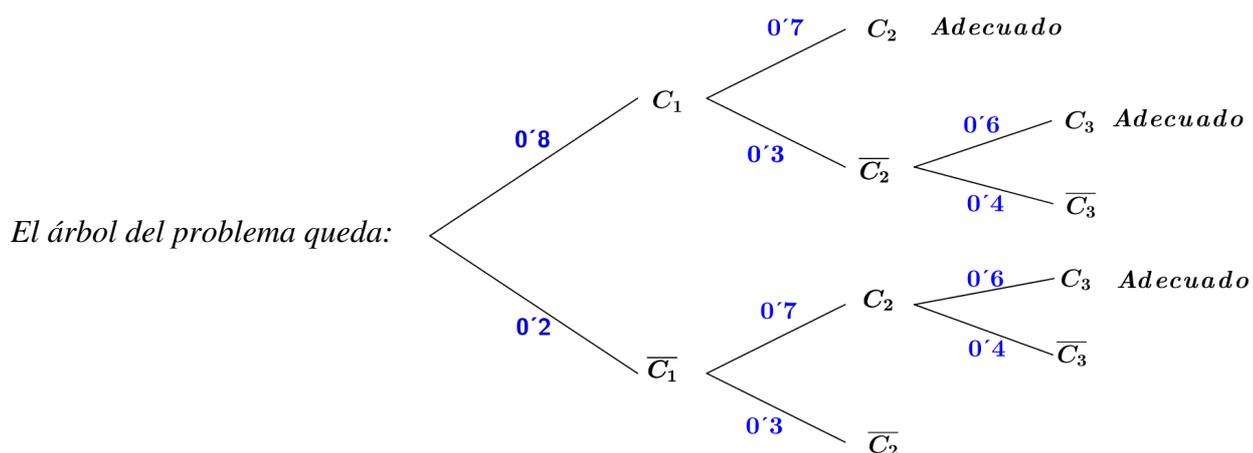
C_1 = El coche supera el primer control

C_2 = El coche supera el segundo control

C_3 = El coche supera el tercer control

De los datos del enunciado,

“se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8 y que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control”, entonces $P(C_1) = 0,8$, $P(C_2) = 0,7$ y $P(C_3) = 0,6$ y $\{P(\overline{C}_1) = 1 - P(C_1) = 1 - 0,8 = 0,2$, $P(\overline{C}_2) = 0,3$, $P(\overline{C}_3) = 0,4\}$.



- ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado?

La probabilidad pedida es: $P(C_1 \cap C_2) + P(C_1 \cap \overline{C}_2 \cap C_3) + P(\overline{C}_1 \cap C_2 \cap C_3)$

$$P(\text{ser calificado como adecuado}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,788$$

Solución: la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado es de 0,788.

b) Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control?

La probabilidad pedida es: $P\left(C_1/\text{adecuado}\right)$

$$P\left(C_1/\text{adecuado}\right) = \frac{P(C_1 \cap \text{adecuado})}{P(\text{adecuado})} = \frac{0'8 \cdot 0'7 + 0'8 \cdot 0'3 \cdot 0'6}{0'788} = \frac{176}{197} \cong 0'8934$$

Solución: la probabilidad pedida es 0'8934.

c) Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado?

La probabilidad pedida es: $P\left(\text{adecuado}/\text{sólo dos controles}\right)$

$$P\left(\text{adecuado}/\text{sólo dos controles}\right) = \frac{P(\text{adecuado} \cap \text{sólo dos controles})}{P(\text{sólo dos controles})} = \frac{0'8 \cdot 0'7}{0'8 \cdot 0'7 + 0'2 \cdot 0'3} = \frac{28}{31} \cong 0'9032$$

Solución: la probabilidad pedida es 0'9032.