Problema 1. A. Una agencia de viajes organiza excursiones a la montaña y a la playa. La agencia obtiene 700 euros de beneficio por cada excursión a la montaña y 500 euros por cada excursión a la playa. La agencia dispone de un total de 10 autobuses y 8 guías turísticos para las excursiones. Cada excursión a la montaña requiere 2 autobuses y 2 guías, mientras que cada excursión a la playa requiere 2 autobuses y 1 guía.

a) ¿Cuántas excursiones a la montaña y cuántas a la playa tiene que organizar la agencia para obtener el máximo beneficio posible? *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(0,5 puntos)*

Solución:

Llamando: x = *número de excursiones a la montaña*

y = *número de excursiones a la playa*

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	Nº excursiones	*Autobuses*	*guías*	*Beneficio*
montaña	x	*2 /excursión*	*2 /excursión*	*700€/excursión*
playa	y	*2 /excursión*	*2 /excursión*	*500€/excursión*
Disponibilidad		*10 autobuses*	*8 guías*	

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

Cada excursión a la montaña requiere 2 autobuses y 2 guías $\rightarrow 2x + 2y \leq 10 \rightarrow x + y \leq 5$

Cada excursión a la playa requiere 2 autobuses y 1 guía $\rightarrow 2x + y \leq 8$

Como las variables x *e* y *representan número de unidades deben ser números naturales.*

El beneficio viene dada por la función: $z = 700x + 500y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar} \quad z = 700x + 500y$$

$$s.a. \quad \begin{cases} x + y \leq 5 \\ 2x + y \leq 8 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a) \quad x + y \leq 5$

$x + y = 5$

x	y
0	5
5	0

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 5$ *Sí*

$(b) \quad 2x + y \leq 8$

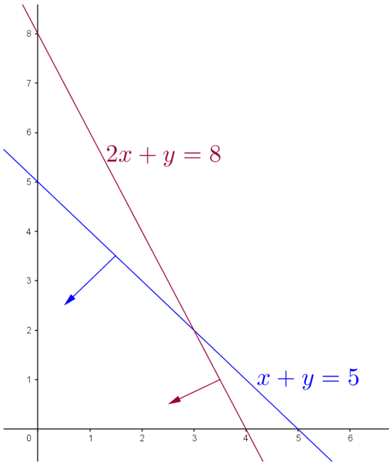
$x + 2y = 8$

x	y
0	8
4	0

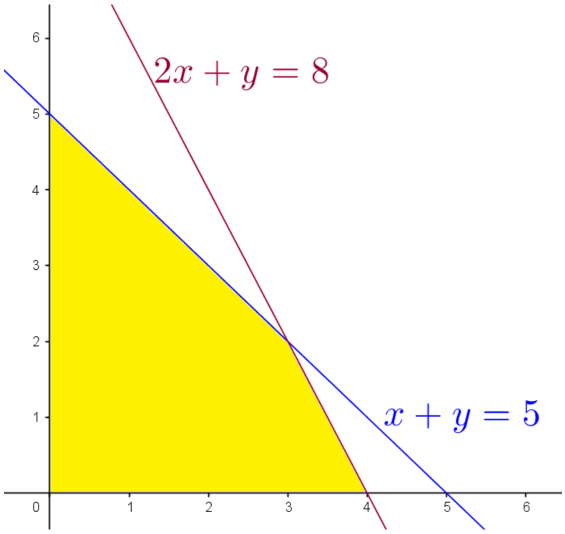
¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 0 \leq 8$ *Sí*

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

los que obtuvimos en los cálculos para la representación son A (0 , 0), B (0 , 5) y D (4 , 0).

Punto C, corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \qquad \begin{matrix} -1x\ 1^{a} \\ 2^{a} \end{matrix} \begin{cases} -x - y = -5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Sumando: x =3

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: 3 + y = 5; y = 5 – 3; y = 2 → C (3 , 2)

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 700 x + 500 y*	
0 , 0	*700 . 0 + 500 . 0 = 0*	
0 , 5	*700 . 0 + 500 . 5 = 2500*	
3 , 2	*700 . 3 + 500 . 2 = 3100*	*máximo*
4 , 0	*700 . 4 + 500 . 0 = 2800*	

El máximo se alcanza en el punto (3 , 2)

Por tanto,

a) Tiene que organizar 3 excursiones a la montaña y 2 a la playa para obtener el máximo beneficio posible.

b) El beneficio máximo será de 3100€.