

Problema 3. El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos. El 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos. Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral. Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es de 0,05. Calcula:

- La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)
- La probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales. (0,75 puntos)

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

T = youtuber talentoso

NT = youtuber no talentoso

Vir = el vídeo se hace viral

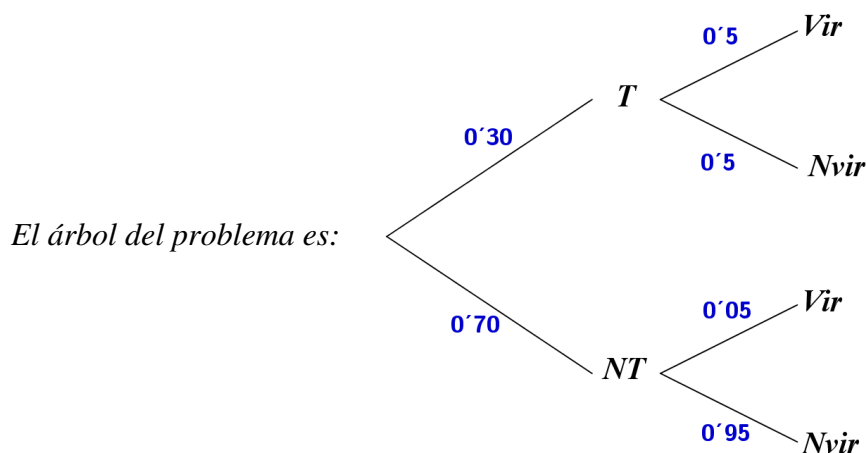
$Nvir$ = el vídeo no se hace viral

De los datos del enunciado,

“El 30% de los youtubers realizan guiones originales y pueden considerarse talentosos” $P(T) = 0,30$ y
 “el 70% restante copian tendencias y se consideran no talentosos” $P(NT) = 0,70$

“Si el creador es talentoso, tiene una probabilidad de 0,5 de que un vídeo se haga viral” $\rightarrow P(Vir) = 0,5$ y $P(Nvir) = 0,5$

“Si el creador no es talentoso, la probabilidad de que un vídeo se haga viral es 0,05” $\rightarrow P(Vir) = 0,05$ y $P(Nvir) = 0,95$



a) Calcula la probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral.

La probabilidad pedida es: $P(Vir)$. $P(Vir) = 0,30 \cdot 0,5 + 0,70 \cdot 0,05 = 0,185$

La probabilidad de que el siguiente vídeo que se publique sea viral es 0,185.

b) Calcula la probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso.

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{T}{Vir}\right)$

$$P\left(\frac{T}{Vir}\right) = \frac{P(T \cap Vir)}{P(Vir)} = \frac{0,30 \cdot 0,5}{0,185} = \frac{30}{37} \cong 0,8108$$

La probabilidad de que el creador del próximo vídeo viral sea talentoso es 0,8108.

c) Calcula la probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales.

Para un youtuber no talentoso $P(\text{Vir}) = 0.05$. El youtuber realiza 4 vídeos.

Consideramos la variable $X = n^\circ$ de vídeos virales de los cuatro creados por un youtuber no talentoso

$$X = B(4, 0.05)$$

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 2)$

A partir de la tabla de la distribución binomial que tenemos, el cálculo será:

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

n	x	p												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
4	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = 0.0135 + 0.0005 + 0.0000 = 0.0140$$

La probabilidad de que en los próximos 4 vídeos de un creador no talentoso haya 2 o más vídeos que se hagan virales es 0.0140.

d) Calcula la probabilidad de que en los próximos 100 vídeos de un creador talentoso haya al menos 40 vídeos que se hagan virales.

Para un youtuber talentoso $P(\text{Vir}) = 0.5$. El youtuber realiza 100 vídeos.

Consideramos la variable $X = n^\circ$ de vídeos virales de los cien creados por un youtuber talentoso

$$X = B(100, 0.5)$$

La probabilidad pedida es: $P(X \geq 40)$. Esta probabilidad no podemos calcularla con la tabla de la distribución binomial que tenemos (la tabla es hasta $n = 9$).

Por lo tanto, aproximaremos la variable binomial a una normal.

$$X = B(100, 0.5) \rightarrow \begin{array}{l} \text{media } \mu = 100 \cdot 0.5 = 50 \\ \text{desv. típica } \sigma = \sqrt{100 \cdot 0.5 \cdot 0.5} = 5 \end{array} \rightarrow X \approx Y = N(50, 5)$$

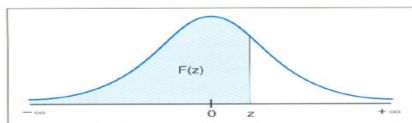
$$P(X \geq 40) = P(Y \geq 39.5) = P\left(\frac{Y - 50}{5} \geq \frac{39.5 - 50}{5}\right) = P(Z \geq -2.1) = P(Z \leq 2.1) = 0.9821$$

Taula de distribució Normal

Tabla de distribución Normal

$N(0,1)$

$F(z) = P(Z \leq z)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936

La probabilidad pedida es 0.9821.