

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 4. Una pequeña empresa paga una cuota fija mensual a su compañía eléctrica de 1200 euros. Además de la cuota fija, los primeros 250 kWh consumidos los paga a 5 euros cada uno; los siguientes, hasta los 900 kWh, a 3 euros cada uno; y el resto a 2 euros cada uno.

- ¿A cuánto asciende el recibo de un mes de la empresa si ese mes consumió 400 kWh? (2 puntos)
- Obtén la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume x kWh. Dibuja su gráfica. (5 puntos)
- Otra pequeña empresa, con la misma cuota fija, paga todos los kWh a 3 euros. ¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan? En caso afirmativo indica cuál será en ese mes el consumo y el importe del recibo de ambas empresas. (3 puntos)

Solución:

a) Consumo de 400 kWh. $400 = 250 + 150$

Por tanto el pago por este consumo será: $P(400) = 1200 + 250 \cdot 5 + 150 \cdot 3 = 2900$

El recibo del mes en que la empresa consume 400 kWh asciende a 2900€.

b) Consumo de x kWh. El consumo de kWh es siempre mayor o igual a 0.

Si $0 \leq x \leq 250 \rightarrow P(x) = 1200 + 5x$

Si $250 < x \leq 900 \rightarrow P(x) = 1200 + 250 \cdot 5 + (x - 250) \cdot 3 = 1200 + 1250 + 3x - 750 = 1700 + 3x$

Si $x > 900 \rightarrow P(x) = 1200 + 250 \cdot 5 + (900 - 250) \cdot 3 + (x - 900) \cdot 2 =$
 $= 1200 + 1250 + 650 \cdot 3 + 2x - 1800 = 2600 + 2x$

La función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume x kWh es:

$$P(x) = \begin{cases} 1200 + 5x & 0 \leq x \leq 250 \\ 1700 + 3x & 250 < x \leq 900 \\ 2600 + 2x & x > 900 \end{cases}$$

Veamos si es continua, los problemas de continuidad están en los cambios de definición.

$$\lim_{x \rightarrow 250} P(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 250^-} (1200 + 5x) = 1200 + 5 \cdot 250 = 2450 \\ \lim_{x \rightarrow 250^+} (1700 + 3x) = 1700 + 3 \cdot 250 = 2450 \end{cases} = 2450$$

Por tanto, la función es continua.

$$\lim_{x \rightarrow 900} P(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 900^-} (1700 + 3x) = 1700 + 3 \cdot 900 = 4400 \\ \lim_{x \rightarrow 900^+} (2600 + 2x) = 2600 + 2 \cdot 900 = 4400 \end{cases} = 4400$$

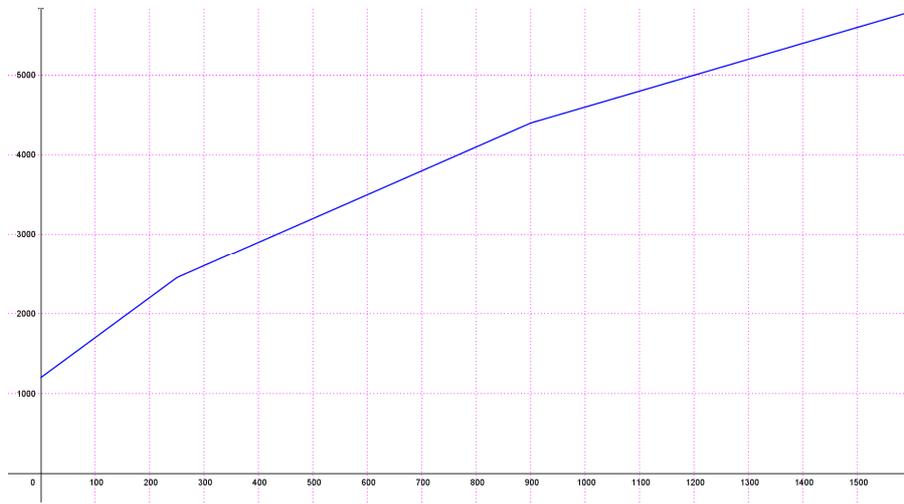
Representación gráfica de $P(x)$. Las tres ramas de la función son polinomios de 1^{er} grado que gráficamente son líneas rectas.

$$x = 0 \rightarrow P(0) = 1200 + 5 \cdot 0 = 1200$$

$$x = 250 \rightarrow P(250) = 1200 + 5 \cdot 250 = 2450$$

$$x = 900 \rightarrow P(900) = 1700 + 3 \cdot 900 = 4400$$

$$x = 1000 \rightarrow P(1000) = 2600 + 2 \cdot 1000 = 4600$$



c)

El recibo de la otra empresa es: $P_2(x) = 1200 + 3x$

¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan?

Debemos comparar $P(x)$ y $P_2(x)$.

$$\text{Si } 0 \leq x \leq 250 \rightarrow 1200 + 5x = 1200 + 3x; \quad 5x - 3x = 1200 - 1200; \quad 2x = 0; \quad x = 0.$$

$$P(0) = 1200 + 5 \cdot 0 = 1200$$

$$\text{Si } 250 < x \leq 900 \rightarrow 1700 + 3x = 1200 + 3x; \quad 1700 - 1200 = 3x - 3x; \quad 500 = 0 \quad \text{Sin solución}$$

$$\text{Si } x > 900 \rightarrow 2600 + 2x = 1200 + 3x; \quad 2600 - 1200 = 3x - 2x; \quad 1400 = x \quad (1400 > 900) \quad x = 1400$$

$$P(1400) = 2600 + 2 \cdot 1400 = 5400$$

Puede ocurrir con dos consumos:

un consumo de 0 kWh y ambas pagan 1200€ o

un consumo de 1400 kWh y ambas pagan 5400€.