

Problema 3. En un país se sabe que un 35% de personas vive en municipios pequeños (10 000 habitantes o menos), un 25% de personas vive en municipios medianos (entre 10 001 y 50 000 habitantes) y un 40% de personas vive en municipios grandes (más de 50 000 habitantes). Entre las personas que viven en municipios pequeños, un 20% se graduó en la universidad; entre las que viven en municipios medianos, un 30% se graduó en la universidad; y entre las que viven en municipios grandes, un 60% se graduó en la universidad. Seleccionamos al azar una persona de este país.

- Calcula la probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad. (1 punto)
- Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10 000 habitantes? (1 punto)
- Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" y "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes". (1 punto)

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

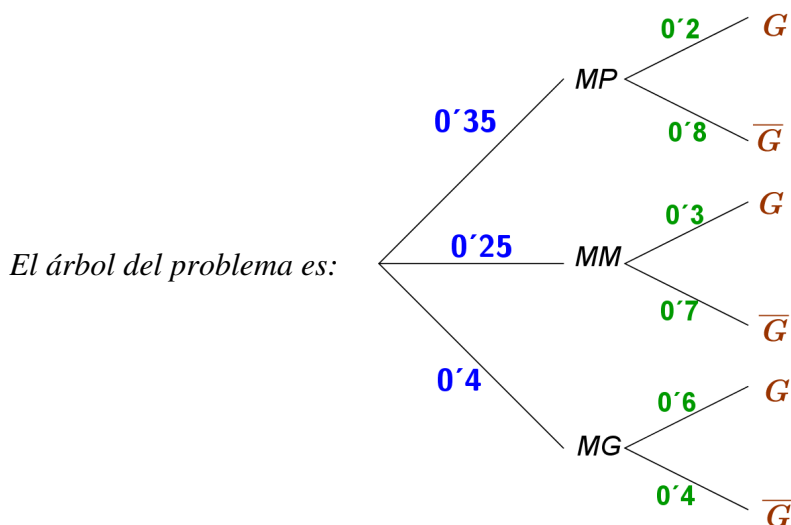
MP = la persona vive en un municipio pequeño

MM = la persona vive en un municipio mediano

MG = la persona vive en un municipio grande

G = la persona se graduó en la universidad

$\bar{G}$ = la persona no se graduó en la universidad



- a) Probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad.

$$P(G) = 0.35 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.385$$

Solución: la probabilidad de que la persona seleccionada se haya graduado en la universidad es 0.385.

b) Si sabemos que la persona seleccionada se graduó en la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que viva en un municipio con más de 10 000 habitantes?

La persona vive en un municipio de más de 10000 habitantes = $MM \cup MG$

$$P\left(\frac{(MM \cup MG)}{G}\right) = \frac{P[(MM \cup MG) \cap G]}{P(G)}$$

$$P[(MM \cup MG) \cap G] = P[(MM \cap G) \cup (MG \cap G)] = \{\text{como } MM \text{ y } MG \text{ son sucesos incompatibles}\} = \\ = P(MM \cap G) + P(MG \cap G) = 0'25 \cdot 0'3 + 0'4 \cdot 0'6 = 0'315$$

$P(G) = 0'385$ (obtenida en el apartado anterior). Por tanto,

$$P\left(\frac{(MM \cup MG)}{G}\right) = \frac{0'315}{0'385} = \frac{9}{11} \cong 0'8182$$

Solución: la probabilidad pedida es $\frac{9}{11} \cong 0'8182$.

b) Probabilidad de la intersección de los sucesos "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" y "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes".

Los sucesos

$A =$ "la persona seleccionada vive en un municipio con 50 000 habitantes o menos" = $MP \cup MM$

$B =$ "la persona seleccionada se graduó en la universidad o vive en un municipio con más de 10 000 habitantes" = $G \cup MM \cup MG$

La intersección de estos dos sucesos será:

$$A \cap B = (MP \cup MM) \cap (G \cup MM \cup MG) =$$

Aplicando las propiedades distributivas de unión- intersección de sucesos,

$$= [MP \cap (G \cup MM \cup MG)] \cup [MM \cap (G \cup MM \cup MG)] = \\ = (MP \cap G) \cup (MP \cap MM) \cup (MP \cap MG) \cup (MM \cap G) \cup (MM \cap MM) \cup (MM \cap MG) =$$

como los sucesos MP , MN y MG son incompatibles entre sí las intersecciones entre ellos son el suceso nulo,

$$= (MP \cap G) \cup (\emptyset) \cup (\emptyset) \cup (MM \cap G) \cup (MM) \cup (\emptyset) = (MP \cap G) \cup (MM \cap G) \cup (MM) =$$

pero $(MM \cap G) \cup MM = MM$

$$= (MP \cap G) \cup MM$$

Por lo tanto, $A \cap B = (MP \cap G) \cup MM$

$$P(A \cap B) = 0'35 \cdot 0'2 + 0'25 = 0'32$$

Solución: la probabilidad de la intersección de los dos sucesos es 0'32.

Otra forma de resolverlo sería utilizando los diagramas de Venn.

El diagrama de Venn del problema sería:

MP	MM	MG
G	G	G
		G

El suceso $A = MP \cup MM$ sería:

MP	MM	MG
G	G	
		G

El suceso $B = G \cup MM \cup MG$ sería:

MP	MM	MG
G	G	G
		G

Y la intersección de estos dos sucesos:

MP	MM	MG
G	G	
		G

Por lo tanto, $A \cap B = (MP \cap G) \cup MM$

$$P(A \cap B) = 0{'}35 \cdot 0{'}2 + 0{'}25 = 0{'}32$$