

Problema 1. B. Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10000 euros. Ha considerado dos empresas, A y B. La empresa de publicidad A es más agresiva, y garantiza un incremento anual en número de seguidores del 10% de lo que se invierte; la B es más tradicional y el incremento en número de seguidores que garantiza es del 7% de lo que se invierte. Así pues, el creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B.

- a) ¿Cuánto dinero tiene que asignar a cada empresa para que el incremento de seguidores sea máximo? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho incremento de seguidores máximo? (0,5 puntos)

Solución:

Llamando: $x =$ cantidad invertida en la empresa A
 $y =$ cantidad invertida en la empresa B

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

| | inversión | incremento |
|---|-----------|------------|
| A | x | $0'10 x$ |
| B | y | $0'07 y$ |

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

desea invertir en publicidad hasta 10000 euros $\rightarrow x + y \leq 10000$.

desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B $\rightarrow y \geq 2000$.

desea invertir un máximo de 6.000 euros en la A $\rightarrow x \leq 6000$.

invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B $\rightarrow x \geq y$.

Como las variables x e y representan euros, $x, y \geq 0$.

El incremento de seguidores viene dado por la función: $z = 0'1 x + 0'07 y$

El problema a resolver es:

minimizar $z = 0'1 x + 0'07 y$

$$s.a. \begin{cases} x + y \leq 10000 \\ y \geq 2000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 10000$

$x + y = 10000$

| x | y |
|-------|-------|
| 0 | 10000 |
| 10000 | 0 |

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 10000$ No

(b) $y \geq 2000$

$y = 2000$

| x | y |
|------|------|
| 0 | 2000 |
| 1000 | 2000 |

¿(0,0) cumple?

$0 \geq 2000$ No

(c) $x \leq 6000$

$x = 6000$

| x | y |
|------|------|
| 6000 | 0 |
| 6000 | 6000 |

¿(0,0) cumple?

$0 \leq 6000$ Si

(d) $x \geq y$

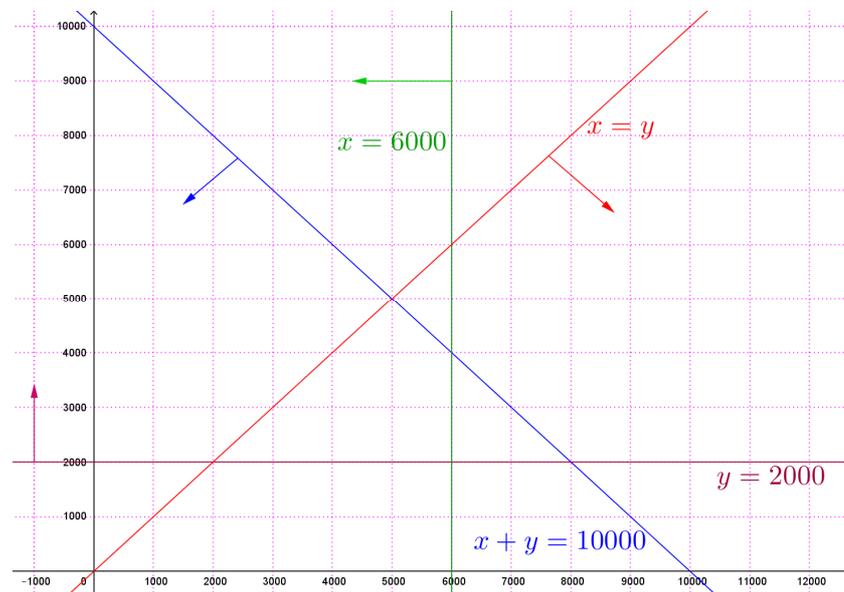
$x = y$

| x | y |
|------|------|
| 0 | 0 |
| 6000 | 6000 |

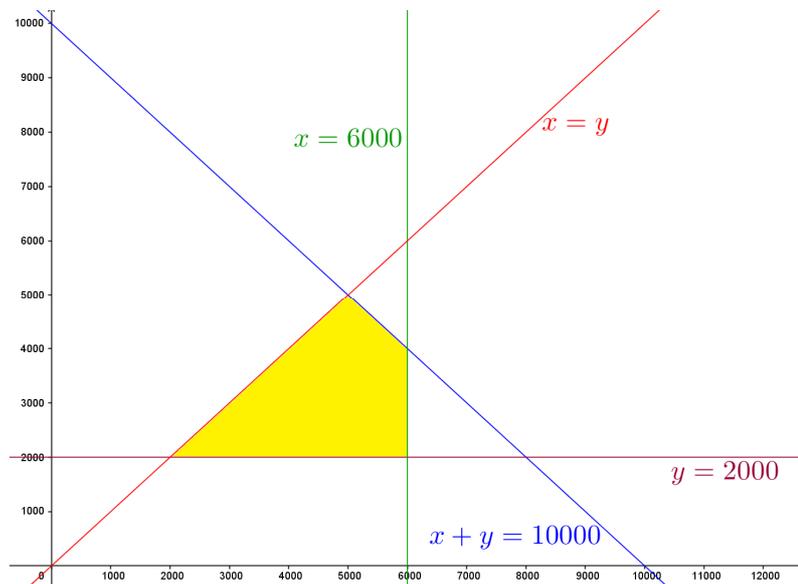
¿(1000,0) cumple?

$1000 \geq 0$ Si

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

Punto de corte entre (a) y (d):

$$\begin{cases} x + y = 10000 \\ x = y \end{cases} \quad \text{Sustituyendo el valor de } x \text{ de la 2ª ecuación en la 1ª: } y + y = 10000;$$

$$2y = 10000; \quad y = 5000. \quad \text{Luego } (5000, 5000)$$

Punto de corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} x + y = 10000 \\ x = 6000 \end{cases} \quad \text{Sustituyendo el valor de } x \text{ de la 2ª ecuación en la 1ª: } 6000 + y = 10000;$$

$$y = 10000 - 6000; \quad y = 4000. \quad \text{Luego } (6000, 4000)$$

Punto de corte entre (b) y (c):

$$\begin{cases} y = 2000 \\ x = 6000 \end{cases} \quad \text{Luego } (6000, 2000)$$

Punto de corte entre (b) y (d):

$$\begin{cases} y = 2000 \\ x = y \end{cases} \quad \text{Luego } (2000, 2000)$$

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

| x, y | $z = 0'1 x + 0'07 y$ | |
|------------|--|--------|
| 5000, 5000 | $0'1 \cdot 5000 + 0'07 \cdot 5000 = 850$ | |
| 6000, 4000 | $0'1 \cdot 6000 + 0'07 \cdot 4000 = 880$ | máximo |
| 6000, 2000 | $0'1 \cdot 6000 + 0'07 \cdot 2000 = 740$ | |
| 2000, 2000 | $0'1 \cdot 2000 + 0'07 \cdot 2000 = 340$ | |

El máximo se alcanza en el punto (6000 , 4000)

Por tanto,

- a) Para que el incremento de seguidores sea máximo debe asignar 6000€ a la empresa A y 4000€ a la B.
- b) El incremento de seguidores máximo es de 880.