

Problema 3. Una prueba diagnóstica para detectar la artritis reumatoide da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad, y da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad. Entre los habitantes de un cierto pueblo, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo. Se escoge al azar un habitante de este pueblo y se le aplica la prueba.

- Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa. (1 punto)
- Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide? (1 punto)
- Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto. (1 punto)

Solución:

Consideramos los siguientes sucesos:

$+$ = la prueba da positivo $-$ = la prueba da negativo
 E = el habitante padece la enfermedad NE = el habitante no padece la enfermedad

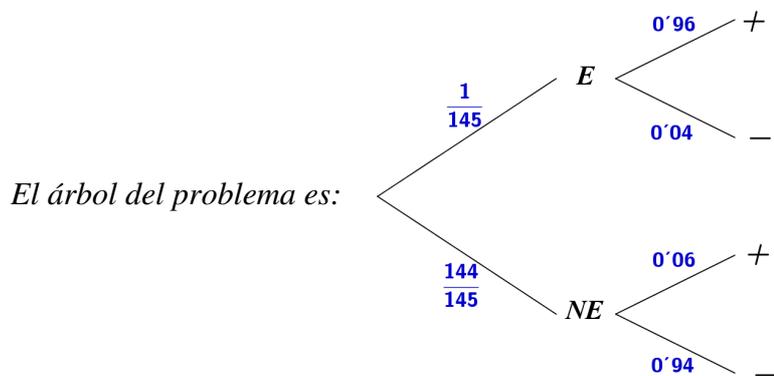
De los datos del enunciado,

“entre los habitantes, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad” $P(E) = \frac{1}{145}$ y

$$P(NE) = 1 - \frac{1}{145} = \frac{144}{145}$$

Si el habitante padece la enfermedad, “la prueba da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad” $\rightarrow P(+|E) = 0.96$ y $P(-|E) = 0.04$

Si el habitante no padece la enfermedad, “la prueba da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad” $\rightarrow P(+|NE) = 0.06$ y $P(-|NE) = 0.94$



- Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa.

La probabilidad pedida es: $P(E \cap -)$

$$P(E \cap -) = \frac{1}{145} \cdot 0.04 = \frac{1}{3625} \cong 0.0002759$$

- Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide?

La probabilidad pedida es: $P\left(\frac{E}{+}\right)$

$$P\left(\frac{E}{+}\right) = \frac{P(E \cap +)}{P(+)} = \frac{\frac{1}{145} \cdot 0.96}{\frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.06} = \frac{\frac{96}{14500}}{\frac{48}{725}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

c) *Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto.*

El resultado de la prueba es correcto cuando el habitante padece la enfermedad y el resultado es positivo y cuando el habitante no padece la enfermedad y el resultado es negativo.

$$P(\text{resultado sea correcto}) = \frac{1}{145} 0'96 + \frac{144}{145} 0'94 = \frac{3408}{3625} \cong 0'9401$$