Problema 1. A. Una empresa dedicada al desarrollo de videojuegos dispone de tres equipos de trabajo: uno formado por 8 personas encargadas del diseño de los personajes, otro compuesto por 15 personas responsables de la creación de las pantallas del juego, y un tercero de 14 personas dedicado al sonido y la ambientación. La empresa desarrolla juegos de consola y juegos de ordenador. Cada juego de consola genera un beneficio diario de 100 euros, mientras que cada juego de ordenador produce un beneficio diario de 90 euros. Para la elaboración de ambos tipos de juegos se requiere una persona del equipo de diseño de personajes. Además, para el diseño de las pantallas de un juego de consola se necesitan dos personas y para el de un juego de ordenador se necesita solo una. Para el sonido y la ambientación de un juego de ordenador se necesitan dos personas y para un juego de consola solo una. Se pide:

a) ¿Cuántos juegos de consola y cuántos de ordenador se tiene que hacer para que el beneficio diario sea máximo? *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es el beneficio diario máximo? *(0,5 puntos)*

Solución:

Llamando: x = *nº de juegos de consola*

y = *nº de juegos de ordenador*

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	nº de juegos	*Diseño de personajes*	*Creación de pantallas*	*Sonido y ambientación*	*Beneficio diario*
consola	x	*1*	2	*1*	*100€/ unidad*
ordenador	y	*1*	*1*	2	*90€/ unidad*
Personas disponibles		8	15	14	

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

Diseño de personajes $\rightarrow x + y \leq 8$

Creación de pantallas $\rightarrow 2x + y \leq 15$

Sonido y ambientación $\rightarrow x + 2y \leq 14$

Como las variables x *e* y *representan número de juegos* $x, y \in \mathbf{N}$.

El beneficio diario viene dado por la función: $z = 100x + 90y$

El problema a resolver es:

$$\text{maximizar} \quad z = 100x + 90y$$

$$s.a. \quad \begin{cases} x + y \prec 8 \\ 2x + y \leq 15 \\ x + 2y \leq 14 \\ x, y \in N \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

$(a) \quad x + y \geq 8$

$x + y = 8$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 8 \\ 0 & 0 \end{array}$$

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 8 \quad Si$

$(b) \quad 2x + y \leq 15$

$2x + y = 15$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 15 \\ 7 & 1 \end{array}$$

¿(0,0) cumple?

$2 \cdot 0 + 0 \leq 15 \quad Si$

$(c) \quad x + 2y \leq 14$

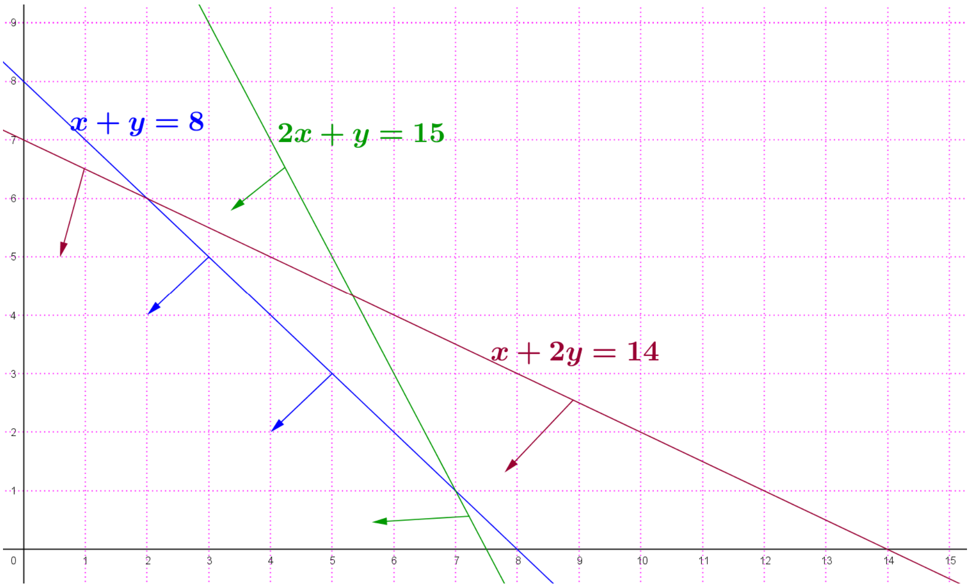
$x + 2y = 14$

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 0 & 7 \\ 14 & 0 \end{array}$$

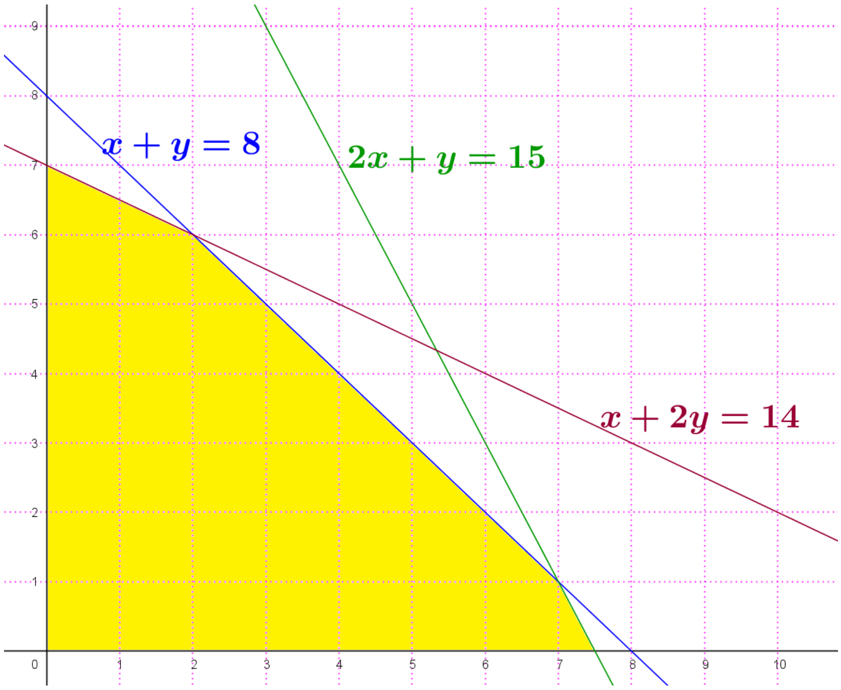
¿(0,0) cumple?

$0 + 2 \cdot 0 \leq 14 \quad Si$

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de coordenada natural de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

los que obtuvimos en los cálculos para la representación son A (0 , 0), B (0 , 7) y E (7 , 0).

Punto C, corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x + 2y = 14 \end{cases} \quad \begin{matrix} -1x1^a \\ 2^a \end{matrix} \begin{cases} -x - y = -8 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$$

Sumando: $y = 6$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: $x + 6 = 8$; $x = 8 - 6$; $x = 2 \rightarrow C(2, 6)$

Punto D, corte entre (a) y (b):

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{matrix} -1x1^a \\ 2^a \end{matrix} \begin{cases} -x - y = -8 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$

Sumando: $x = 7$

Sustituyendo el valor de x en la 1ª ecuación: $7 + y = 8$; $y = 8 - 7$; $y = 1 \rightarrow D(7, 1)$

Por tanto, los vértices de la región factible son A (0 , 0), B (0 , 7), C (2 , 6), D (7 , 1) y E (7 , 0).

El máximo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x , y	*z = 100 x + 90 y*	
0 , 0	*100 . 0 + 90 . 0 = 0*	
0 , 7	*100 . 0 + 90 . 7 = 630*	
2 , 6	*100 . 2 + 90 . 6 = 740*	
7 , 1	*100 . 7 + 90 . 1 = 790*	*máximo*
7 , 0	*100 . 7 + 90 . 0 = 700*	

El máximo se alcanza en el punto (7 , 1)

Por tanto,

a) Para que el beneficio diario sea máximo han de hacerse 7 juegos de consola y 1 de ordenador.

b) Dicho beneficio diario máximo será de 790€.