

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + y - 3 = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha \\ z = 1 \end{cases}$, se pide:

3.2.1 (1.25 puntos) Obtener la ecuación del plano perpendicular a π y que contiene a r .

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular, si existe, un plano paralelo a π y que contenga a r .

Solución:

3.2.1 Obtener la ecuación del plano, σ , perpendicular a π y que contiene a r .

Del plano σ necesitamos conocer un punto y dos vectores directores.

$$\text{Como } r \subset \sigma \rightarrow \begin{cases} \vec{v}_r = (1, -2, 0) = \vec{u}_\sigma \\ \vec{P}_r = (1, -1, 1) = \vec{P}_\sigma \end{cases}$$

$$\text{Como } \sigma \perp \pi \rightarrow \vec{n}_\pi = (2, 1, 0) = \vec{w}_\sigma$$

Los vectores $\vec{u}_\sigma$ y $\vec{w}_\sigma$ no son paralelos ya que sus coordenadas no son proporcionales $\left(\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{1}\right)$, por lo que sirven como vectores directores del plano σ .

$$\text{La ecuación de } \sigma \text{ será: } \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0; \quad (z-1) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad (z-1)5 = 0; \quad z-1 = 0$$

Solución: la ecuación del plano pedido es $z - 1 = 0$.

3.2.2 Calcular, si existe, un plano paralelo a π y que contenga a r .

¿Existe plano ψ ? / $\psi // \pi$ y $r \subset \psi$.

$$\text{Como } \psi // \pi \rightarrow \psi: 2x + y + D = 0.$$

Como $r \subset \psi \rightarrow$ los puntos de la recta r verifican la ecuación del plano ψ :

$$2(1 + \alpha) + (-1 - 2\alpha) + D = 0; \quad 2 + 2\alpha - 1 - 2\alpha + D = 0; \quad 1 + D = 0; \quad D = -1$$

Solución: la ecuación del plano pedido es $2x + y - 1 = 0$.