3.1 Dados el plano π: $2x - z = 1$, calcular:

3.1.1 **(1.25 puntos)** Si existe, el plano perpendicular a π que contiene a la recta $r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases}$.

3.1.2 **(1.25 puntos)** Los planos paralelos a π cuya distancia la punto $P = (0,1,2)$ es 2.

Solución:

3.1.1) ¿Plano σ? / $\sigma \perp \pi$ y $r \subset \sigma$.

Para obtener la ecuación del plano σ debemos obtener un punto y dos vectores directores de este plano.

$r \subset \sigma \;\rightarrow\; P_r$ *y* $\vec{v}_r$ *serán punto y uno de los vectores directores de* σ.

$$r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ z = y \end{cases} \quad \text{obtengamos su ecuación paramétrica:} \quad \begin{cases} y = 2x \\ z = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ z = 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$$

Por tanto, $P_r = (0,0,0)$ *y* $\vec{v}_r = (1,2,2)$

Como $\sigma \perp \pi \;\rightarrow\; \vec{n}_\pi$ *será vector director de* σ; $\vec{n}_\pi = (2,0,-1)$.

Los vectores $\vec{v}_r$ *y* $\vec{n}_\pi$ *no son paralelos* $\left(\frac{1}{2} \neq \frac{2}{-1}\right)$, *serán vectores directores del plano* σ.

Obtengamos la ecuación del plano,

$$\begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow x\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + z\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$-2x + 5y - 4z = 0; \qquad 2x - 5y + 4z = 0$$

La ecuación del plano pedido es $2x - 5y + 4z = 0$.

3.1.2) ¿Planos γ? / $\gamma // \pi$ y $d(P,\gamma) = 2$.

Los planos paralelos a π tendrán por ecuación $2x - z + D = 0$

$$d(P,\gamma) = \frac{|2 \cdot 0 - 2 + D|}{\sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{|D-2|}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{|D-2|}{\sqrt{5}} = 2; \quad |D-2| = 2\sqrt{5} \quad \begin{cases} D - 2 = 2\sqrt{5}; & D = 2 + 2\sqrt{5} \\ D - 2 = -2\sqrt{5}; & D = 2 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Los planos pedidos son: $\gamma_1 : 2x - z + 2 + 2\sqrt{5}$ *y* $\gamma_2 : 2x - z + 2 - 2\sqrt{5}$.