

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

La empresa TikiTak ha realizado un estudio del comportamiento de sus usuarios y ha observado que las $3/5$ partes de sus publicaciones reciben un “Like”. Juana es una usuaria de TikiTak. Se pide:

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba ningún “Like” si ha subido a la plataforma TikiTak cuatro publicaciones?
- 1.2 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba más de dos “Likes” en sus cuatro publicaciones?
- 1.3 **(1 punto)** Juana desea que la probabilidad de recibir al menos un “Like” sea mayor que 0.999. ¿Cuál es el menor número de publicaciones que ha de subir para conseguirlo?

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

L = la publicación recibe un “Like”

NL = la publicación no recibe un “Like”

De los datos del problema:

“ha observado que las $3/5$ partes de sus publicaciones reciben un “Like”” $\rightarrow P(L) = 3/5 = 0.6$,
luego $P(NL) = 1 - 0.6 = 0.4$

Consideramos la variable X = número de “Likes” recibidos en 4 publicaciones $\rightarrow X = B(4, 0.6)$

Este valor de p (0.6) no está en la tabla de la distribución binomial que tenemos. Contestaremos las cuestiones de forma directa.

- 1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba ningún “Like” si ha subido a la plataforma TikiTak cuatro publicaciones?

Debemos calcular $P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{4}{0} 0.6^0 0.4^4 = 0.0256$$

La probabilidad pedida es 0.0256.

- 1.2 ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba más de dos “Likes” en sus cuatro publicaciones?

Debemos calcular $P(X \leq 2)$

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.0256 + \binom{4}{1} 0.6^1 0.4^3 + \binom{4}{2} 0.6^2 0.4^2 = \\ &= 0.0256 + 0.1536 + 0.3456 = 0.5248 \end{aligned}$$

La probabilidad pedida es 0.5248.

1.3 Juana desea que la probabilidad de recibir al menos un "Like" sea mayor que 0.999. ¿Cuál es el menor número de publicaciones que ha de subir para conseguirlo?

Ahora consideramos $X = B(n, 0.6)$

Debemos calcular el menor valor de n de manera que $P(X \geq 1) > 0.999$.

$$P(X \geq 1) > 0.999; \quad 1 - P(X = 0) > 0.999; \quad 1 - 0.999 > P(X = 0); \quad 0.001 > P(X = 0); \quad P(X = 0) < 0.001$$

Para $n = 4$, del apartado 1.1 hemos calculado que $P(X = 0) = 0.0256 > 0.001$

$$\text{Para } n = 5, P(X = 0) = \binom{5}{0} 0.6^0 0.4^5 = 0.01024 < 0.001 \quad \text{no}$$

$$\text{Para } n = 6, P(X = 0) = \binom{6}{0} 0.6^0 0.4^6 = 0.004096 < 0.001 \quad \text{no}$$

$$\text{Para } n = 7, P(X = 0) = \binom{7}{0} 0.6^0 0.4^7 = 0.0016384 < 0.001 \quad \text{no}$$

$$\text{Para } n = 8, P(X = 0) = \binom{8}{0} 0.6^0 0.4^8 = 0.00065536 < 0.001 \quad \text{sí}$$

$$\text{Para } n = 9, P(X = 0) = \binom{9}{0} 0.6^0 0.4^9 = 0.000262144 < 0.001 \quad \text{sí}$$

Solución: el menor número de publicaciones es 8.

Para resolver el problema **utilizando la tabla** debemos cambiar de variable.

Consideramos la variable $Y =$ número de "no Likes" recibidos en 4 publicaciones $\rightarrow Y = B(4, 0.4)$ y este valor de $p(0.4)$ si está en la tabla.

La relación entre las variables X e Y es:

X	0	1	2	3	4
Y	4	3	2	1	0

1.1 ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba ningún "Like" si ha subido a la plataforma TikiTak cuatro publicaciones?

Debemos calcular $P(X = 0)$

$$P(X = 0) = P(Y = 4) = P(Y \leq 4) - P(Y \leq 3) = 1 - 0.9744 = 0.0256$$

La probabilidad pedida es 0.0256.

1.2 ¿Cuál es la probabilidad de que Juana no reciba más de dos "Likes" en sus cuatro publicaciones?

Debemos calcular $P(X \leq 2)$

$$P(X \leq 2) = P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - 0.4752 = 0.5248$$

La probabilidad pedida es 0.5248.

1.3 Juana desea que la probabilidad de recibir al menos un "Like" sea mayor que 0.999. ¿Cuál es el menor número de publicaciones que ha de subir para conseguirlo?

Ahora consideramos $X = B(n, 0.6)$ e $Y = B(n, 0.4)$

Debemos calcular el menor valor de n de manera que $P(X \geq 1) > 0.999$.

La relación entre las variables X e Y es:

X	0	1	2	3	...	n
Y	n	$n-1$	$n-2$	$n-3$...	0

$$P(X \geq 1) = P(Y \leq n-1) > 0.999$$

$$n=7, P(Y \leq 6) = 0.9984 > 0.999 \text{ no}$$

$$n=8, P(Y \leq 7) = 0.9993 > 0.999 \text{ sí}$$

$$n=9, P(Y \leq 8) = 0.9997 > 0.999 \text{ sí}$$

Solución: el menor número de publicaciones es 8.