3.1 Dada la recta $r:\begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2-\lambda \end{cases}$ *y la recta* $s:\begin{cases} x = -1 \\ x+2y+z = 0 \end{cases}$, calcular:

3.1.1 **(1 punto)** Si existen, las coordenadas del punto de corte de ambas rectas.

3.1.2 **(1 punto)** La ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

3.1.3 **(0.5 puntos)** La distancia del punto $P = (1,0,2)$ a dicho plano.

Solución:

3.1.1) Punto de corte entre r y s.

Igualando el valor de x en las dos ecuaciones: $1 + 2\lambda = -1$; $2\lambda = -1-1$; $2\lambda = -2$; $\lambda = -1$

Sustituyendo en la definición de r: $y = 0 - 1$; $z = 2 - (-1) = 3$

El punto de corte entre r y s es Q (– 1 , – 1 , 3).

3.1.2) ¿Plano π? / r y s ⊂ π.

Para obtener la ecuación del plano π debemos obtener un punto y dos vectores directores de este plano.

Según calculado en el apartado anterior las rectas r y s se cortan en el punto Q.

Por lo tanto Q es un punto de π y los vectores directores del plano serán los de cada una de las rectas.

recta $r:\begin{cases} x = 1+2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2-\lambda \end{cases} \rightarrow \vec{v}_r = (2,1,-1)$

recta $s:\begin{cases} x = -1 \\ x+2y+z = 0 \end{cases}$, *obtengamos su ecuación paramétrica:*

sustituyendo en valor de x en la 2ª ecuación, $-1+2y+z=0$; $z = 1-2y$, *luego*

$$s:\begin{cases} x = -1 \\ y = \mu \\ z = 1-2\mu \end{cases} \rightarrow \vec{v}_s = (0,1,-2)$$

La ecuación del plano π,

$$\begin{vmatrix} x+1 & y+1 & z-3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (x+1)\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - (y+1)\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (z-3)\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x+1)\cdot(-1) - (y+1)\cdot(-4) + (z-3)\cdot 2 = 0$$

$$-x-1+4y+4+2z-6 = 0;\quad -x+4y+2z-3 = 0;\quad x-4y-2z+3 = 0$$

Por lo tanto, ***el plano que contiene a las rectas r y s es π: x – 4 y – 2 z + 3 = 0***

3.1.3) La distancia del punto P = (1,0,2) a dicho plano.

Plano π: $x - 4y - 2z + 3 = 0$. *Por tanto,* $d(P,\pi) = \dfrac{|1-4\cdot 0-2\cdot 2+3|}{\sqrt{1^2+(-4)^2+(-2)^2}} = \dfrac{0}{\sqrt{21}} = 0 \rightarrow P \in \pi$

La distancia del punto P al plano π es 0.