

**PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)**

Una finca agrícola cultiva tres tipos de plantas que producen: **tomates**, **pimientos** y **calabacines**. Estas plantas son susceptibles de sufrir una plaga que puede afectar su rendimiento. La finca utiliza tres métodos de control de plagas: **control biológico**, **pesticidas químicos** y **métodos orgánicos**. La efectividad de cada método varía según el tipo de planta.

- El **50%** del área está dedicada a **tomates**, el **30%** a **pimientos** y el **20%** a **calabacines**.
- Para los **tomates**, la finca utiliza **control biológico** en el **40%** de la finca, **pesticidas químicos** en el **30%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **pimientos**, la finca utiliza **control biológico** en el **30%**, **pesticidas químicos** en el **40%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **calabacines**, se utiliza **control biológico** en el **20%**, **pesticidas químicos** en el **50%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.

La efectividad de cada método de control para evitar la plaga, en porcentaje, es la siguiente:

- Para los **tomates**:
  - El **control biológico** tiene un **85%** de efectividad.
  - Los **pesticidas químicos** tienen un **95%** de efectividad.
  - Los **métodos orgánicos** tienen un **80%** de efectividad.
- Para los **pimientos**:
  - El **control biológico** tiene un **80%** de efectividad.
  - Los **pesticidas químicos** tienen un **90%** de efectividad.
  - Los **métodos orgánicos** tienen un **75%** de efectividad.
- Para los **calabacines**:
  - El **control biológico** tiene un **70%** de efectividad.
  - Los **pesticidas químicos** tienen un **85%** de efectividad.
  - Los **métodos orgánicos** tienen un **65%** de efectividad.

**Responda a todos los apartados**

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que una planta seleccionada al azar en toda la finca esté libre de plagas (sin importar qué tipo de planta ni el método utilizado)?
- 1.2 **(0.75 puntos)** Si se sabe que una planta seleccionada está libre de plagas, ¿cuál es la probabilidad de que esa planta sea un pimiento?
- 1.3 **(1 punto)** Un consumidor compra 11 tomates que han sido controlados mediante métodos orgánicos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de ellos hayan evitado los efectos de la plaga?

*Solución:*

*Utilizamos los siguientes sucesos:*

$T$  = tomates

$P$  = pimientos

$C$  = calabacines

$CB$  = control biológico

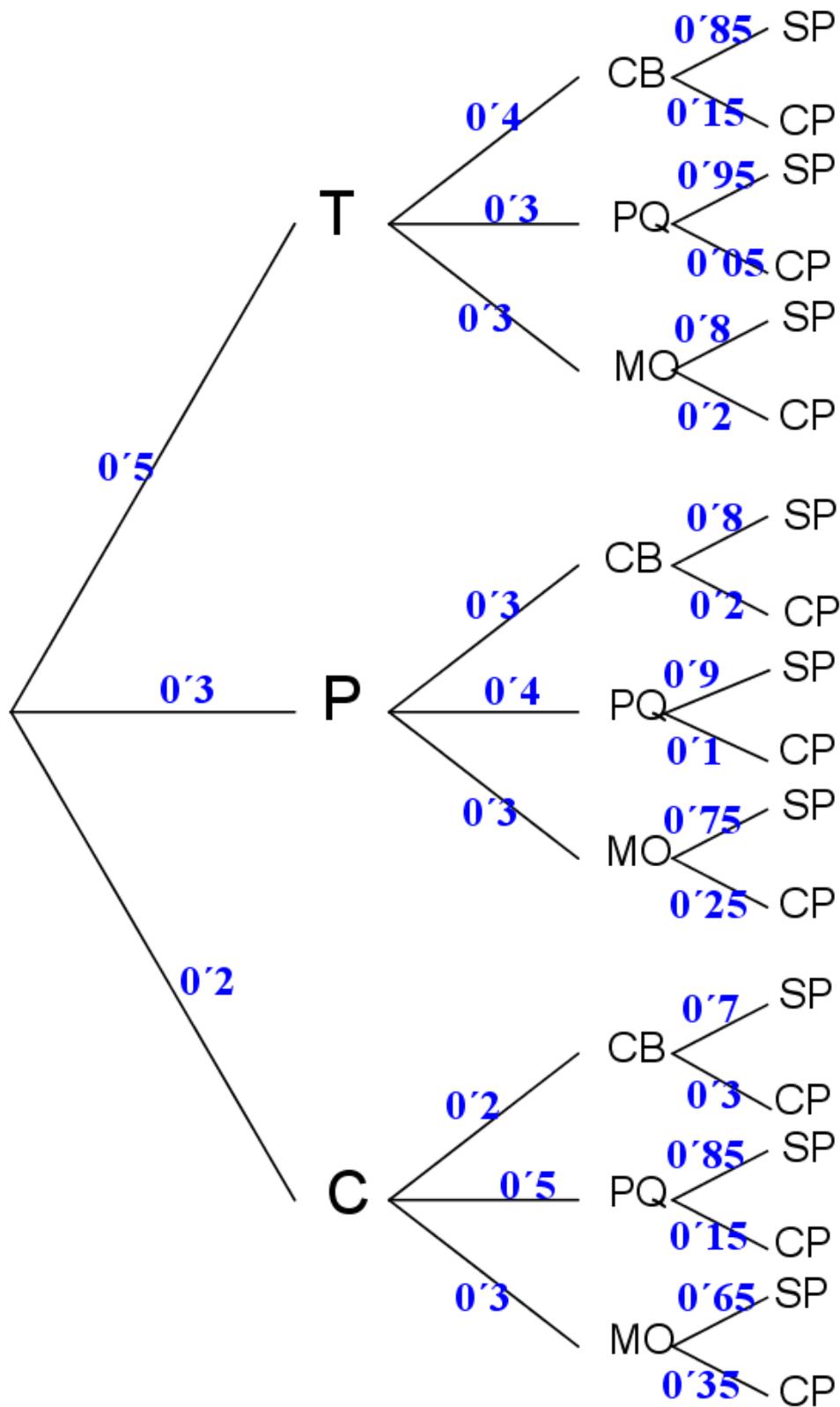
$PQ$  = pesticidas químicos

$MO$  = métodos orgánicos

$SP$  = sin plagas

$CP$  = con plagas

*A partir de los datos el árbol del problema es:*



a) ¿Cuál es la probabilidad de que una planta seleccionada al azar en toda la finca esté libre de plagas (sin importar qué tipo de planta ni el método utilizado)?

$$\begin{aligned}
 P(SP) = & 0.5 \cdot 0.4 \cdot 0.85 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.95 + 0.5 \cdot 0.3 \cdot 0.8 + \\
 & + 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.8 + 0.3 \cdot 0.4 \cdot 0.9 + 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.75 + \\
 & + 0.2 \cdot 0.2 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.5 \cdot 0.85 + 0.2 \cdot 0.3 \cdot 0.65 = 0.832
 \end{aligned}$$

La probabilidad pedida es 0.832.

b) Si se sabe que una planta seleccionada está libre de plagas, ¿cuál es la probabilidad de que esa planta sea un pimiento?

$$P\left(\frac{P}{SP}\right) = \frac{P(P \cap SP)}{P(SP)} = \frac{0'3 \cdot (0'3 \cdot 0'8 + 0'4 \cdot 0'9 + 0'3 \cdot 0'75)}{0'832} = \frac{0'2475}{0'832} \cong 0'2975$$

**La probabilidad pedida es 0'2975.**

c) Un consumidor compra 11 tomates que han sido controlados mediante métodos orgánicos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de ellos hayan evitado los efectos de la plaga?

El consumidor compra tomates controlados por métodos orgánicos  $\rightarrow P(SP) = 0'8$

Consideramos la variable  $X =$  número de tomates controlados por métodos orgánicos sin plaga, luego  $X = B(11, 0'8)$ . Debemos calcular  $P(X \geq 3)$

$X$  es una variable binomial de parámetros  $n = 11$  y  $p = 0'8$ .

La tabla que tenemos de la binomial no da los resultados para esta variable (es para  $p \leq 0'5$ ). Por lo tanto utilizaremos la siguiente variable:  $Y =$  número de tomates controlados por métodos orgánicos con plaga

Entonces  $Y = B(11, 0'2)$  y la tabla nos da los resultados para  $Y$ .

La relación entre estas dos variables es:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

$$X \geq 3 \equiv Y \leq 8 \rightarrow P(X \geq 3) = P(Y \leq 8) = 1'0000$$

\*\*\*\*\*

También podemos calcular la probabilidad de forma directa:

$X = B(11, 0'8)$

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X \leq 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)] = \\ &= 1 - \left[ \binom{11}{0} 0'8^0 \cdot 0'2^{11} + \binom{11}{1} 0'8^1 \cdot 0'2^{10} + \binom{11}{2} 0'8^2 \cdot 0'2^9 \right] = 1 - 0'000018 \cong 1'0000 \end{aligned}$$

**La probabilidad pedida es 1'0000.**