3.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas las rectas $r:\begin{cases} y-z=0 \\ 2x+2=0 \end{cases}$ y $s:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{3}=z+2$, obtener:

3.1.1 **(1.25 puntos)** La ecuación del plano $\boldsymbol{\pi}$ paralelo a ambas y que pase por el origen.

3.1.2 **(1.25 puntos)** La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π.

Solución:

Previamente vamos a obtener las ecuaciones paramétricas de r y s.

$$r:\begin{cases} y-z=0 \\ 2x+2=0 \end{cases} \rightarrow r:\begin{cases} y=z \\ 2x=-2 \end{cases} \rightarrow r:\begin{cases} y=z \\ x=-1 \end{cases} \rightarrow r:\begin{cases} x=-1 \\ y=\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \quad \lambda\in\Re \rightarrow \vec{v}_r(0\,,1\,,1)$$

$$s:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{3}=z+2 \rightarrow s:\begin{cases} x=2-\lambda \\ y=3\lambda \\ z=-2+\lambda \end{cases} \quad \lambda\in\Re \rightarrow \vec{v}_s(-1\,,3\,,1)$$

3.1.1) ¿Plano π? / (0, 0, 0)$\in \pi$, $\pi // r$ y $\pi // s$.

Para que $\pi // r$ y $\pi // s$ $\rightarrow$

$$\vec{n}_\pi \perp \vec{v}_r \text{ y } \vec{v}_s \rightarrow \vec{n}_\pi = \vec{v}_r \otimes \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}\vec{k} = -2\,\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$$

Luego $\vec{n}_\pi = (-2,-1,1) \approx (2,1,-1)$

Por tanto, π: $2x + y - z + D = 0$; *como* (0, 0, 0)$\in \pi$ $\rightarrow$ $2\,.0 + 0 - 0 + D = 0$ $\rightarrow$ $D = 0$

Solución: $\boldsymbol{\pi: 2x + y - z = 0}$

3.1.2) La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π.

$P_r\,(-1, \lambda, \lambda)$

$$d(P_s,\pi)=\frac{|2.(-1)+\lambda-\lambda|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{|2|}{\sqrt{6}}=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$P_s\,(2-\lambda, 3\lambda, -2+\lambda)$

$$d(P_s,\pi)=\frac{|2.(2-\lambda)+3\,\lambda-(-2+\lambda)|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{|4-2\lambda+3\lambda+2-\lambda|}{\sqrt{6}}=\frac{|6|}{\sqrt{6}}=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$$

Solución: la distancia de un punto de r al plano π es $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

y la distancia de un punto de s al plano π es $\sqrt{6}$ **.**