3.2 Dada la recta $r:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{\alpha}$, que depende del parámetro real α, y la recta

$$s:\begin{cases}-x+y+z=1\\ x+2y-z=2\end{cases}.$$

3.2.1 **(1.25 puntos)** Calcular el valor del parámetro real α para el que r y s son perpendiculares.

3.2.2 **(1.25 puntos)** Suponiendo que $\alpha\neq 0$, obtener la recta paralela a s que pase por el punto de r cuya coordenada z vale 0.

Solución:

3.2.1 ¿α? / $r\perp s$.

Para que $r\perp s$, $\vec{v}_r\perp\vec{v}_s \rightarrow \vec{v}_r\cdot\vec{v}_s=0$

Obtengamos los vectores directores de ambas rectas:

$\vec{v}_r=(2,3,\alpha)$

$$\vec{v}_s=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 1 & 2\end{vmatrix}\vec{k}=-3\,\vec{i}-0\cdot\vec{j}+\vec{k}(-3)=-3\,\vec{i}-3\,\vec{k}\equiv(-3,0,-3)\approx(1,0,1)$$

$\vec{v}_r\cdot\vec{v}_s=(2,3,\alpha)\cdot(1,0,1)=2+\alpha \rightarrow 2+\alpha=0;\quad \alpha=-2$

Solución: $\boldsymbol{\alpha=-2}$**.**

3.2.2 Si $\alpha\neq 0$ ¿recta t? / t // s y t pase por un punto de r, P_r, con z = 0.

Para z = 0, en r: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{0}{\alpha}$, *como* $\alpha\neq 0 \rightarrow \dfrac{0}{\alpha}=0 \rightarrow \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=0 \rightarrow$

$$\begin{cases}\dfrac{x+1}{2}=0 \rightarrow x+1=0;\quad x=-1\\[2mm] \dfrac{y-2}{3}=0 \rightarrow y-2=0;\quad y=2\end{cases} \rightarrow P_r(-1,2,0)$$

Como $t\,//\,s$ $\vec{v}_t\,//\,\vec{v}_s \rightarrow \vec{v}_t=\vec{v}_s=(1,0,1)$

De la recta t conocemos $\begin{cases}\text{punto} & (-1,2,0)\\ \text{vector director} & \vec{v}_t=(1,0,1)\end{cases}$, *su ecuación paramétrica es*

$$t:\begin{cases}x=-1+\lambda\\ y=2 & \lambda\in\Re\\ z=\lambda\end{cases}$$

Solución: la ecuación de la recta t es $\begin{cases}x=-1+\lambda\\ y=2 & \lambda\in\Re\\ z=\lambda\end{cases}$.