

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Durante la semana cultural de un centro docente, el Departamento de Matemáticas organiza un juego de azar por rondas en el que los alumnos pueden obtener puntos canjeables por pequeños premios. En cada ronda se lanza primero una moneda y, a continuación, un dado de seis caras. El resultado de la moneda combinado con el valor obtenido por el dado determina la condición para ganar la ronda:

- Si la moneda sale cara, el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es mayor o igual que 5.
- Si la moneda sale cruz, el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es par.

Cada ronda es independiente y sigue exactamente este mismo procedimiento. Se pide:

Responda a todos los apartados

- 1.1 **(0.5 puntos)** Calcular la probabilidad de que, en una ronda cualquiera, el alumno gane.
- 1.2 **(1 punto)** Sabiendo que en una ronda el alumno ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda haya salido cara?
- 1.3 **(1 punto)** Si se utiliza una moneda trucada tal que al lanzarla siempre se obtiene cara, y se realizan exactamente 7 rondas del juego, calcular la probabilidad de que el alumno gane exactamente 5 veces.

Solución:

Utilizamos los siguientes sucesos:

$C = \text{obtener cara}$

$X = \text{obtener cruz}$

$G = \text{el alumno gana la ronda}$

$\bar{G} = \text{el alumno no gana la ronda}$

De los datos del enunciado: al lanzar una moneda: $P(C) = \frac{1}{2}$ y $P(X) = \frac{1}{2}$

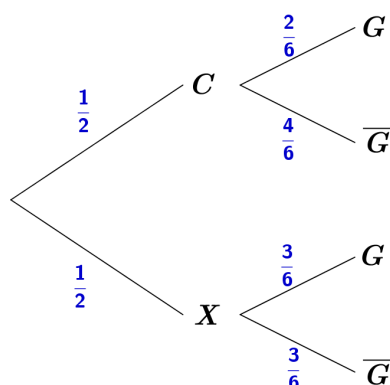
Si la moneda sale cara, “el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es mayor o igual que 5”

$$P(G) = P(\text{número del dado} \geq 5) = \frac{2}{6} \quad \text{y} \quad P(\bar{G}) = P(\text{número del dado} \leq 4) = \frac{4}{6}$$

Si la moneda sale cruz, “el alumno gana la ronda si el número obtenido en el dado es par”

$$P(G) = P(\text{número par}) = \frac{3}{6} \quad \text{y} \quad P(\bar{G}) = P(\text{número impar}) = \frac{3}{6}$$

El árbol del problema es:



1.1 Calcular la probabilidad de que, en una ronda cualquiera, el alumno gane.

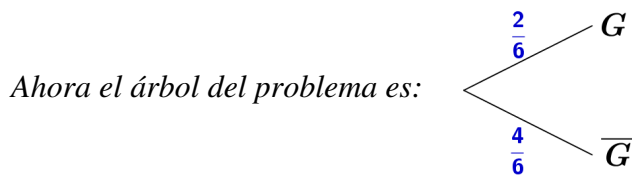
$$P(\text{el alumno gane en una ronda cualquiera}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{5}{12}$$

1.2 Sabiendo que en una ronda el alumno ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que en el lanzamiento de la moneda haya salido cara?

$$P(C/G) = \frac{P(C \cap G)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{2}{5}$$

1.3 Si se utiliza una moneda trucada tal que al lanzarla siempre se obtiene cara, y se realizan exactamente 7 rondas del juego, calcular la probabilidad de que el alumno gane exactamente 5 veces.

Como la moneda está trucada $P(C) = 1$



Se realizan 7 rondas del juego, es decir, repetimos el mismo experimento 7 veces, considerando $X =$ número de veces que gana $\rightarrow X = B\left(7, \frac{2}{6}\right)$

Probabilidad de que el alumno gane exactamente 5 veces $= P(X = 5) = \binom{7}{5} \left(\frac{2}{6}\right)^5 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{28}{729} \cong 0'0384$.