

3.2 Dado el plano $\pi: 2x + y - 3 = 0$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -1 - 2\alpha, \\ z = 1 \end{cases}$ se pide:

3.2.1 (1.25 puntos) Obtener la ecuación del plano π_1 perpendicular a π y que contiene a r .

3.2.2 (1.25 puntos) Calcular, si existe, un plano π_2 paralelo a π que contenga a r .

Solución:

3.2.1 ¿Plano π_1 ? / $\pi_1 \perp \pi$ y $r \subset \pi_1$.

Siendo \vec{v}_r (vector director de r) y \vec{n}_π (vector perpendicular a π), de las ecuaciones de π y r deducimos que: $\vec{n}_\pi(2, 1, 0)$, $\vec{v}_r(1, -2, 0)$ y $P_r(1, -1, 1)$.

$\pi_1 \perp \pi \rightarrow \vec{n}_\pi$ es vector director de π_1 .

$r \subset \pi_1 \begin{cases} \vec{v}_r & \text{es vector director de } \pi_1 \\ P_r & \text{punto de } \pi_1 \end{cases}$

¿ \vec{n}_π y \vec{v}_r son paralelos? $\dot{\iota} \frac{2}{1} = \frac{1}{-2} = \frac{0}{0}$? No, luego son vectores directores de π_1 .

De π_1 conocemos $\begin{cases} \text{vectores directores: } \begin{cases} \vec{v}_r \\ \vec{n}_\pi \end{cases} \\ \text{punto de } \pi_1: P_r \end{cases}$

La ecuación del plano π_1 será:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0; \quad (z-1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 0; \quad (z-1)(4+1) = 0; \quad 5(z-1) = 0; \quad z-1 = 0$$

Solución: $\pi_1: z - 1 = 0$.

3.2.2 ¿Plano π_2 ? / $\pi_2 // \pi$ y $r \subset \pi_2$.

Como $\pi_2 // \pi \rightarrow \pi_2: 2x + y + D = 0$

Como $r \subset \pi_2 \rightarrow P_r \in \pi_2 \rightarrow 2 \cdot 1 - 1 + D = 0; \quad 1 + D = 0; \quad D = -1$

Solución: $\pi_2: 2x + y - 1 = 0$.