4.1 Consideramos la función real de variable real $f(x) = /2x^2 - 3/$ para $-1 \le x \le 5$. Se pide:

4.1.1 **(0.75 puntos)** Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f* en el intervalo $[-1,5]$.

4.1.2 **(0.5 puntos)** Calcular los valores máximos y mínimos absolutos de la función *f* en el intervalo $[-1,5]$.

4.1.3 **(0.25 puntos)** Representar la función *f*.

4.1.3 **(1 punto)** Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = f(x)$, y las rectas $x = -1$, $x = 5$ e $y = 0$.

Solución:

f(x) es el valor absoluto de un polinomio de 2º grado, es fácilmente representable y a partir de la representación iremos resolviendo cada uno de los apartados.

1º Representemos $y = 2x^2 - 3$ *en* $\Re$ *(es una parábola).*

Puntos de corte con ejes coordenados,

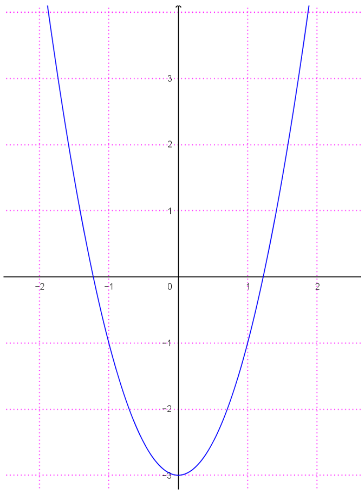
$x = 0$, $y = 2 \cdot 0^2 - 3 = -3$, $(0, -3)$

$$y = 0,\quad 2x^2 - 3 = 0,\quad 2x^2 = 3,\quad x^2 = \frac{3}{2},\quad x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \cong \pm 1'22 \quad \left\langle \begin{array}{l} \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, 0\right) \\ \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}, 0\right) \end{array} \right.$$

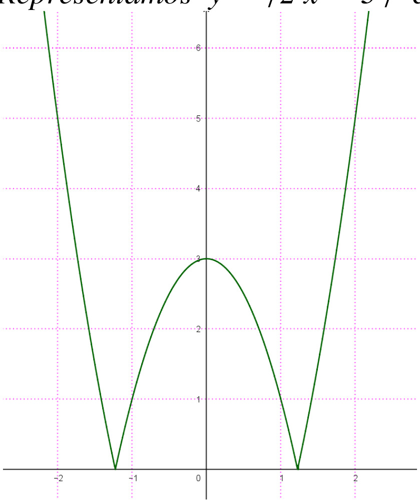
Vértice de la parábola que como el coeficiente de x^2 *es positivo será el mínimo de y,*

$y' = 4x$, $4x = 0$, $x = 0$ *el vértice es* $(0, -3)$

La representación gráfica de $y = 2x^2 - 3$ *será:*



2º Representamos $y = /2x^2 - 3/$ *en* $\Re$ *por simetría con respecto al eje OX,*



3º Representamos $f(x) = \left| 2x^2 - 3 \right|$ *para* $-1 \leq x \leq 5$

$x = -1, \quad f(-1) = \left| 2 \cdot (-1)^2 - 3 \right| = 1$

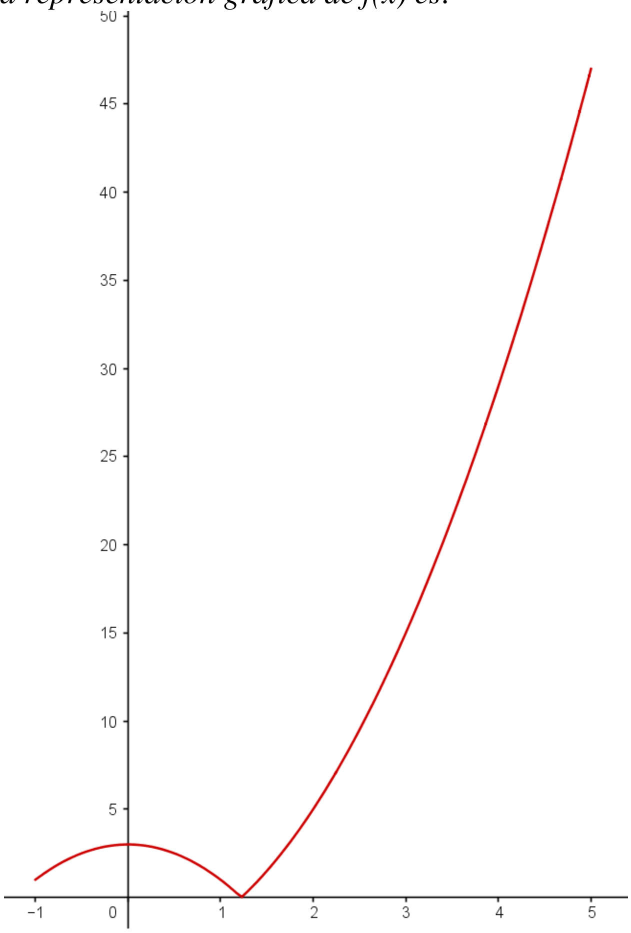
$x = 5, \quad f(5) = \left| 2 \cdot 5^2 - 3 \right| = 47$

En el intervalo $\left(-1 , \frac{\sqrt{6}}{2} \right)$ $f(x) = -2x^2 + 3$ *y en* $\left(\frac{\sqrt{6}}{2} , 5 \right)$ $f(x) = 2x^2 - 3$.

4.1.1 f(x) es creciente en $(-1, 0) \cup \left(\frac{\sqrt{6}}{2} , 5 \right)$ *y es decreciente en* $\left(0 , \frac{\sqrt{6}}{2} \right)$.

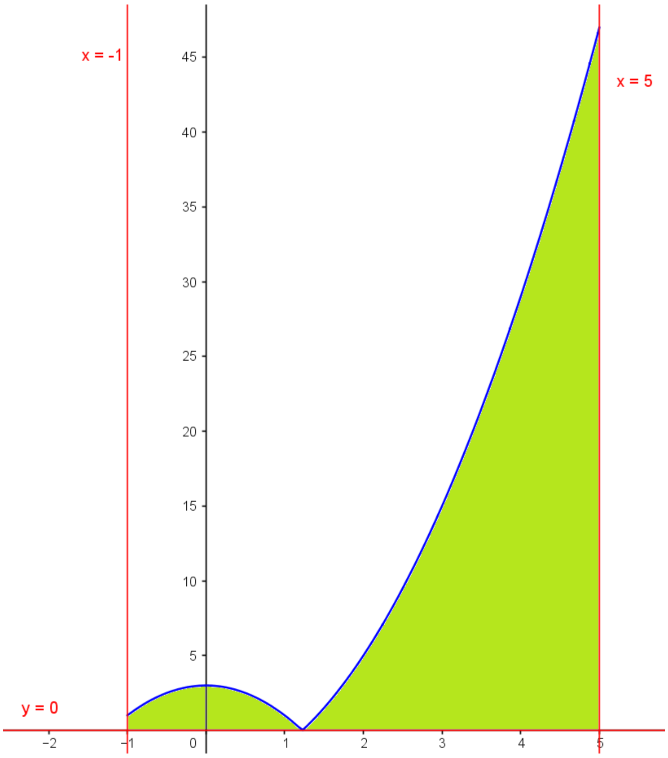
4.1.2 El mínimo absoluto es $\left(\frac{\sqrt{6}}{2} , 0 \right)$ *y el máximo absoluto* $(5 , 47)$.

4.1.3 La representación gráfica de f(x) es:



4.1.4 Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = f(x)$, y las rectas $x = -1$, $x = 5$ e $y = 0$.

El recinto indicado es:



El área del recinto pedido se obtiene como sigue:

$$A = \int_{-1}^{\sqrt{6}/2} \left(-2x^2 + 3\right) dx + \int_{\sqrt{6}/2}^{5} \left(2x^2 - 3\right) dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + 3x\right]_{-1}^{\sqrt{6}/2} + \left[\frac{2x^3}{3} - 3x\right]_{\sqrt{6}/2}^{5} =$$

$$= \left(\left(-\frac{2\left(\sqrt{6}/2\right)^3}{3} + 3\left(\sqrt{6}/2\right)\right) - \left(-\frac{2(-1)^3}{3} + 3(-1)\right)\right) + \left(\left(\frac{2\cdot 5^3}{3} - 3\cdot 5\right) - \left(\frac{2\left(\sqrt{6}/2\right)^3}{3} - 3\left(\sqrt{6}/2\right)\right)\right) =$$

$$= \left(\left(-\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{3\sqrt{6}}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} - 3\right)\right) + \left(\left(\frac{250}{3} - 15\right) - \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{3\sqrt{6}}{2}\right)\right) = \sqrt{6} + \frac{7}{3} + \frac{205}{3} + \sqrt{6} = 2\sqrt{6} + \frac{212}{3} \cong$$

$$\cong 75'5656$$

Solución: el área del recinto mide $\left(2\sqrt{6} + \frac{212}{3}\right)$ ***u.a.*** $\approx$ ***75´5656 u.a.***