EJERCICIO A

PROBLEMA 2. a) Obtener el plano que pasa por el punto P(-2,4,-3) y es perpendicular a la recta r : (x,y,z) = (1,2,0) + t (1,-2,1) *(1 punto).*
b) Calcular la distancia entre el punto P y la recta r *(2,3 puntos).*

Solución:

a) *Como el plano buscado es perpendicular a la recta r , el vector director de la recta (1,-2,1) será ortogonal al plano, por lo tanto la ecuación del plano será* $x - 2y + z + D = 0$
el plano debe pasar por el punto P(-2,4,-3), luego $-2 - 2 \cdot 4 + (-3) + D = 0$, $-2 - 8 - 3 + D = 0$
$-13 + D = 0$, *es decir* $D = 13$
El plano tendrá de ecuación $x - 2y + z + 13 = 0$

b) *Para calcular la distancia del punto P a la recta r utilizamos la siguiente fórmula*

$$d(P,r) = \frac{\left|\vec{RP} \times \vec{d}_r\right|}{\left|\vec{d}_r\right|}$$ *siendo R un punto de la recta r y* $\vec{d}_r$ *el vector director de r.*

En nuestro problema R(1,2,0), P(-2,4,-3), $\vec{RP}(-3,2,-3)$ *y* $\vec{d}_r(1,-2,1)$.

$$\vec{RP} \times \vec{d}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k} = (-4,0,4)$$

$$\left|\vec{RP} \times \vec{d}_r\right| = \sqrt{(-4)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\left|\vec{d}_r\right| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

Por lo tanto, $d(P,r) = \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \dfrac{4\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \dfrac{4\sqrt{12}}{6} = \dfrac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{6} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ *u.l.*