EJERCICIO A

PROBLEMA 4.1. a) Se tiene inicialmente 10 bacterias en un cultivo de laboratorio y cada día se duplican. Averigua, razonadamente, el número de bacterias que habrá cuando hayan transcurrido 10 días (*1 punto*).
b) Para otro cultivo, sea P(t) el número de bacterias transcurrido el tiempo t medido en días. Averigua el aumento del número de bacterias al cabo de 10 días, sabiendo que P(0)=500, P(3)=1100 y que la derivada P´(t) es constante para $0 \leq t \leq 10$ *(2,3 puntos).*

Solución:
a) El problema lo podemos presentar mediante la siguiente tabla:

días transcurridos	*0*	*1*	*2*	*3*
nº de bacterias	*10*	*20*	*40*	*80*
término		N_1	N_2	N_3

El número de bacterias forma una progresión geométrica de razón 2.
Llamando N(t) al número de bacterias al cabo de t días, $N(t) = N_1\, 2^{t-1} = 20\ 2^{t-1} = 10\ 2^t$
$N(10) = 10\ 2^{10} = 10240$, *cuando hayan transcurrido 10 días habrá 10240 bacterias.*

b) Sabemos que P(t) es tal que $P(0) = 500$, $P(3) = 1100$ *y* $P'(t) = K \quad 0 \leq t \leq 10$
Como $P'(t) = K \quad 0 \leq t \leq 10$ *entonces P´(t) es continua en el intervalo [0 , 10].*
Puesto que conocemos P(0) y P(3) consideramos el intervalo [0 , 3] en el que P´(t) es, también, continua y como P(t) es una primitiva de P´(t) podemos aplicar la regla de Barrow:

$$\int_0^3 P'(t)\, dt = P(3) - P(0)$$

$$\int_0^3 K\, dt = P(3) - P(0)$$

$$[Kt]_0^3 = 1100 - 500$$

$$[K\ 3 - K\ 0] = 600$$

$$3K = 600 \quad \rightarrow \quad k = 200$$

Para averiguar el aumento de bacterias aplicamos la regla de Barrow en el intervalo [0 , 10] a la función P´(t)=200,

$$\int_0^{10} 200\, dt = P(10) - P(0)$$

$$[200\, t]_0^{10} = P(10) - P(0)$$

$$[200\,.\,10 - 200\,.\,0] = P(10) - P(0)$$

$$2000 = P(10) - P(0)$$

Al cabo de 10 días ha habido un aumento de 2000 bacterias. Como inicialmente había 500 bacterias (valor de P(0)), al cabo de 10 días habrá 2500 bacterias.